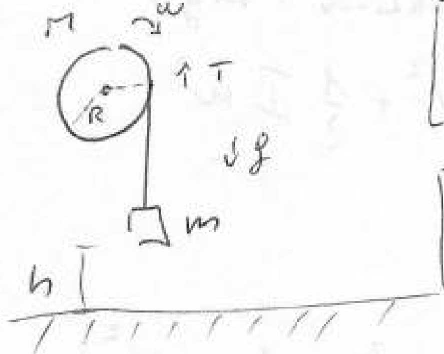
TIPs

COMPITI

di

ESAME

OGGETTO LEGATO A FUNE AVVOLTA A CILINDRO



$$\begin{cases} \vec{F} = m\vec{a} \\ T - mg = -ma \end{cases}$$

$$\begin{cases} \vec{M} = \dfrac{dL}{dt} \\ RT = I\dot{\omega} \end{cases}$$

$$\begin{cases} T - mg = -ma \\ RT = I\dot{\omega} \end{cases}$$

n.b.: $a = R\dot{\omega}$

$$\begin{cases} T - mg = -ma \\ RT = I\left(\dfrac{a}{R}\right) \end{cases} \Rightarrow a = \frac{R^2 T}{I}$$ oppure

$$\Rightarrow T = \frac{Ia}{R^2}$$

$$T = mg - ma \Rightarrow T + \frac{mR^2 T}{I} = mg \Rightarrow T = \frac{mg}{1 + \frac{mR^2}{I}}$$

n.b.: $I = \frac{1}{2} MR^2$

T = tensione

a = accelerazione $= \dfrac{g}{\frac{I}{mR^2} + 1}$

Sapendo a, tempo t affinché l'oggetto arrivi a terra:

$$\begin{cases} v = at \\ y = \frac{1}{2} a t^2 \end{cases} \Rightarrow t_{finale} = \sqrt{\frac{2h}{a}}$$

Energia cinetica del pendolo : $E_{c\,pe} = \frac{1}{2} m v^2$

Energia cinetica di rotaz. : $E_{cR} = \frac{1}{2} I \omega^2$

Energia potenziale gravitaz. : mgh

$$mgh = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} I \omega^2$$

$$V_{\text{tangenziale}} = R\omega$$

per cui

$$mgh = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} I \frac{v^2}{R^2}$$

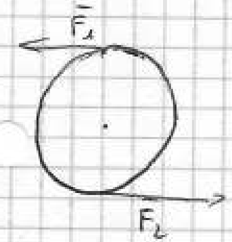
$$I = \frac{1}{2} M R^2$$

$$mgh = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} M R^2 \frac{v^2}{R^2}$$

A questo punto $V = \sqrt{\dfrac{2gh}{1+\frac{M}{2m}}}$

Quindi

$$E_{\text{cinetica pesetto sul pavimento}} = \frac{1}{2} m v^2 = \dots = \frac{mgh}{1+\frac{M}{2m}}$$



R dato $\quad |F_1| = |F_2| =$ dato

M dato

Δt dato

$\omega = ?$

Disco omogeneo di massa M, raggio R. Due forze applicate per un Δt. Calcolare ω.

---

c.m. è fermo; il disco ruota.

$$\begin{cases} \bar{F}_{tot} = m\bar{a}_{cm} \Rightarrow 0 = m\bar{a}_{cm} \\ \bar{M}_{tot} = \dfrac{d\bar{L}}{dt} \Rightarrow F_1 R + F_2 R = \dfrac{d(I\omega)}{dt} \text{ lungo l'asse } z \end{cases}$$

quantità moto

$|F_1| = |F_2|$

$\Downarrow$

$\bar{\omega} = \omega_0 \hat{z}$

$$2F_1 R = I\dot{\omega} \Rightarrow \dot{\omega} = \frac{2F_1 R}{I} =$$

$$\dot{\omega} = \longrightarrow = \frac{2F_1 R}{\frac{1}{2} M R^2} = \frac{4F_1}{MR}$$

sotto l'azione della coppia il disco comincia a ruotare, partendo da fermo.

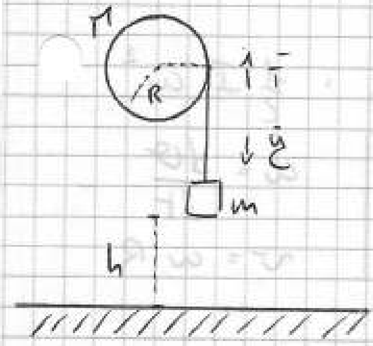
$$\omega = \omega_0 + \dot{\omega} t$$

$$\omega(t) = \omega_0 + \frac{4F_1}{MR} t$$, da fermo $\omega_0 = 0 \Rightarrow$

$$\omega(t) = \frac{4F_1}{MR} t$$, la soluzione è per $t = 0{,}1$ s.

F1a

OGGETTO LEGATO A FUNE AVVOLTA A CILINDRO



$$\begin{cases} F = ma \\ T - mg = -ma \end{cases}$$

$$\begin{cases} M = \dfrac{dL}{dt} \\ RT = I\dot{\omega} \end{cases}$$

$$\begin{cases} T - mg = -ma \\ RT = I\dot{\omega} \end{cases} \qquad \text{n.b.: } a = R\dot{\omega}$$

$$\begin{cases} T - mg = -ma \\ RT = I\left(\dfrac{a}{R}\right) \Rightarrow a = \dfrac{R^2 T}{I} \quad \text{oppure} \quad T = \dfrac{I a}{R^2} \end{cases}$$

$$\text{n.b.: } I = \frac{1}{2} mR^2$$

$$T - mg = -ma \Rightarrow T = mg - ma \Rightarrow T + \frac{mR^2 T}{I} = mg \Rightarrow$$

$T =$ tensione

$$T = \frac{mg}{1 + \dfrac{mR^2}{I}}$$

$$a = \text{accel.} = \frac{g}{\dfrac{I}{mR^2} + 1}$$

Sapendo a, il tempo t affinché l'oggetto arrivi a terra è:

$$\begin{cases} v = at \\ y = \dfrac{1}{2} a t^2 \Rightarrow t_{finale} = \sqrt{\dfrac{2h}{a}} \end{cases}$$

.../..

Energia cinetica del gomitolo:

$$E_{c\,gom.} = \frac{1}{2} m V^2$$

Energia cinetica di rotazione: $E_{c\,rot.} = \frac{1}{2} I \omega^2$

Energia potenziale gravitazionale: mgh

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

$$v = \omega R$$

$$mgh = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} I \omega^2$$

$$V_{trasl.\ corda} = R\omega$$

Da cui

$$mgh = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} I \frac{v^2}{R^2}$$

$$I = \frac{1}{2} M R^2$$

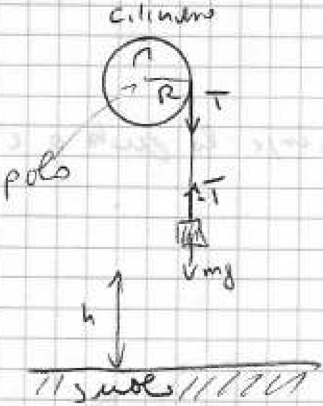
$$mgh = \frac{1}{2} m V^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} M \cancel{R^2} \frac{V^2}{\cancel{R^2}}$$

$$V = \sqrt{\frac{2gh}{1 + \frac{M}{2m}}}$$

Quindi

$$E_{cinetica\ gomitolo\ sul\ pavimento} = \frac{1}{2} m V^2 = \ldots = \frac{mgh}{1 + \frac{M}{2m}}$$

F1 a



calcolare il tempo necessario al peso per raggiungere il suolo.

$$\begin{cases} I\dot{\omega} = TR \underbrace{\sin 90°}_{=1} \\ T - mg = -ma \end{cases}$$

$$\dot{\omega} = \frac{a}{R}$$

$$T = -m(a-g)$$

$$I \cdot \frac{a}{R} = -m(a-g)\cdot R$$, dividendo per mR,

$$\frac{I}{m}\cdot\frac{a}{R^2} = -a+g \Rightarrow a\left[\frac{I}{mR^2}+1\right] = g \Rightarrow$$

$$a = \frac{g}{\frac{I}{mR^2}+1}$$, è l'acc. con cui si sta muovendo l'oggetto di massa m.

La velocità dell'oggetto v è:

$$\begin{cases} v = a\cdot t \\ y = \frac{1}{2}at^2 \end{cases}$$

.../..

$$I = \frac{1}{2} M R^2$$

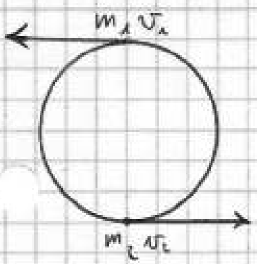
Il tempo a cui l'oggetto raggiunge lo quota 0 è per $y = h$:

$$h = \frac{1}{2} a t_{finale}^2 \Rightarrow t_{finale} = \sqrt{\frac{2h}{a}}$$

dunque

$$a = \frac{g}{\frac{MR^2}{2mR^2} + 1} = \frac{g}{\frac{M}{2m} + 1}$$

, sostituendo a in $\sqrt{\frac{2h}{a}}$ si trova il tempo a cui l'oggetto arriva al suolo.



Disco omogeneo, in quiete.
I due oggetti di massa m_1 e m_2 vengono lanciati con velocità data.
È chiesto il lavoro delle forze interne che hanno lanciato i due pesi.

Il disco ruota e basta, non trasla (lo farebbe se le masse o le velocità fossero $\neq$)

$$\underbrace{\bar{F}_{est} = \frac{d\bar{P}}{dt}}_{=0} \qquad P = \text{q.tà di moto}$$

$= 0 \Rightarrow$ non c'è traslazione.

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = 0$$

$$I\omega = R m_1 v_1 + R m_2 v_2 \qquad , \; m_1 = m_2 \text{ e } v_1 = v_2$$

$$I\omega = 2R m_1 v_1 \Rightarrow \omega = \frac{2R m_1 v_1}{I}$$

$$I = \frac{1}{2} M_{disco} R^2$$

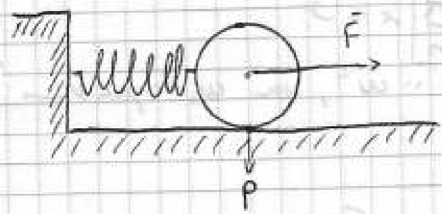
$$\mathcal{L} = \sum_i \underbrace{K_i}_{\text{energia cinetica}}$$

$$\mathcal{L} = \underbrace{\frac{1}{2} m_1 v_1^2}_{E_c \text{ del punto materiale } 1} + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 + \underbrace{\frac{1}{2} I \omega^2}_{E_c \text{ di rotazione del disco}}$$

$$\mathcal{L} = 2\left(\frac{1}{2} m_1 v_1^2\right) + \frac{1}{2} I \cdot \left(\frac{2R m_1 v_1}{I}\right)^2 = \ldots = m_1 v_1^2 \left(1 + \frac{4 m_1}{M_{disco}}\right)$$

F1 a
5.1.17

DISCO OMOGENEO



ROTOLAMENTO PURO
DOPO L'APPLICAZIONE DI F,
SI HANNO OSCILLAZIONI DI
AMPIEZZA A E DI
PERIODO T.

È chiesto: 1) $\bar{F} = ?$

2) $k = ?$ costante elastica

$$\bar{F}_{tot} = m\bar{a}$$

$F = kA$ nel punto di max elongazione

$$E_p = \frac{1}{2} k A^2$$

$$E_c = \frac{1}{2} m V^2 + \frac{1}{2} I \omega^2$$

con $V = \omega R$ "rotol."

e $I_c = \frac{1}{2} m R^2$

momento di inerzia rispetto al centro

$$I_p = I_c + mR^2 = \frac{3}{2} mR^2$$

$$E_p = E_c$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} m V^2 + \frac{1}{2} I_p \omega^2$$

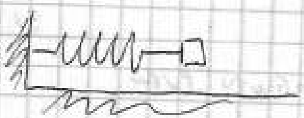
e, sostituendo $V = \omega R$

$$k A^2 = m R^2 \omega^2 \cdot \frac{5}{2}$$

$$T = \frac{1}{\nu} \; ; \; \omega = 2\pi \nu = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow$$

$$\rightarrow k A^2 = mR^2 \cdot \frac{10\pi^2}{T^2}$$

.../...

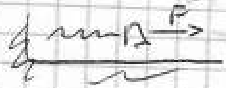


$$m\ddot{x} + kx = 0$$ eq. oscillatore armonico

$$\ddot{x} + \boxed{\frac{k}{m}}\, x = 0$$

$= \omega^2$, con ω_0^2 = pulsazione

Con una forza $\vec{F}$:



$$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = F$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow k = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2$$

$$F = k\Delta = \frac{4\pi^2}{T^2} m\Delta \Rightarrow$$

$$F = \frac{4\pi^2}{T^2} m$$

TRASFORMAZIONE ISOTERMA

CHIEDE IL LAVORO,

dati $V_f = 100\, V_i$ e T (che è costante)

deve essere kelvin

$L = ?$

ISOTERMA $\Rightarrow T_f = T_i$

$\Delta U = \Delta Q - \Delta L$, ma $\Delta U = 0$

$(\Delta U = n C_v (T_f - T_i))$

$$L = \int_{\text{stato in.}}^{\text{stato fin.}} p\, dV$$

$nRT = pV \Rightarrow p = \frac{nRT}{V}$

$$L = \int_i^f \frac{nRT}{V} dV \quad , \ T \text{ è costante}$$

$$L = nRT \int_i^f \frac{dV}{V} = nRT \ln \left| \frac{V_f}{V_i} \right|$$

ESPANSIONE ADIABATICA

È CHIESTO IL LAVORO.

$\Delta Q = 0$

1) $pV^{\gamma} = \text{cost.}$ $\qquad \gamma = \frac{c_v}{c_p}$

$pV = nRT \Rightarrow p = \frac{nRT}{V}$, sostituendo nella 1

$\frac{nRT}{V} \cdot V^{\gamma} = \text{cost.}$

ovvero

$nRT \cdot V^{\gamma - 1} = \text{cost.}$, cioè $TV^{\gamma-1} = \text{costante}$, essendo anche nR cost.

dunque

$T_i V_i^{\gamma - 1} = T_f V_f^{\gamma - 1}$

Per conoscere il lavoro:

(1° principio: $\Delta U = \Delta Q - \Delta L$)

$dU = \cancel{\delta Q} - \delta L$

0 perché adiabatico

$\delta L = - dU$

ma:

$dU = n c_v \, dT$

quindi

$\delta L = - dU = - n c_v \, dT$ per cui

$L = \int \delta L = \int_{T_i}^{T_f} - n c_v \, dT =$

$= - n c_v (T_f - T_i)$ Joule

ESPANSIONE MOLTO RAPIDA = TRASFORMAZIONE ADIABATICA

PV^γ = costante $\quad (P_{in} \cdot V_{in}^\gamma = \text{cost})$

$\gamma = \frac{c_p}{c_v}$

gas biatomico:
$c_p = \frac{7}{2}R$
$c_v = \frac{5}{2}R$
$\gamma = \frac{7}{5}$

gas monoatomico:
$c_p =$
$c_v = \frac{3}{2}R$
$\gamma =$

$C_v = \frac{1}{2} f R$, con f gradi di libertà

$f = 3$ per gas monoatomico
$f = 5$ " biatomico
$f = 6$ " poliatomico

$PV = nRT$

$\Downarrow$

$P = \frac{nRT}{V}$

$\frac{nRT}{V} \cdot V^\gamma = \text{cost.}$

$T \cdot V^{\gamma-1} = \text{cost}$

$T_{iniz.} \cdot V_{iniz.}^{\gamma-1} = T_{fin} \cdot V_{finale}^{\gamma-1}$

Anche: $TV^{\gamma-1} = \text{cost}$

e $TP^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$ = costante

VARIAZIONE ENTROPIA IN UN GAS CON TRASF. A VOLUME COST.

a volume costante

$$PV = nRT \Rightarrow \frac{nRT}{P} = V = cost.$$

Entropia da uno stato A a uno stato B:

$$S_{AB} = \int_A^B \frac{\delta Q}{T} \qquad (\delta \neq d)$$

I° principio $dU = \delta Q - \delta L$

$$\Downarrow$$

$$\delta Q = dU + \delta L = nC_v\, dT + \underbrace{PdV}_{=0}$$

perché non c'è variaz. di volume

$$\delta Q = dU = nC_v\, dT$$

$$\Downarrow$$

$$S_{\substack{inizio\\fine}} = \int_{T_i}^{T_f} \frac{\delta Q}{T} = \int_{T_i}^{T_f} \frac{nC_v\, dT}{T} =$$

$$= nC_v \ln\left|\frac{T_f}{T_i}\right|$$

$$PV = nRT \Rightarrow T = \frac{PV}{nR} \Rightarrow \frac{T_f}{T_i} = \frac{P_f V_f}{nR} \cdot \frac{1}{\frac{P_i V_i}{nR}} = \frac{P_f V_f}{P_i V_i}$$

e, essendo V costante $\frac{T_f}{T_i} = \frac{P_f}{P_i}$

VARIAZIONE ENTROPIA IN UN GAS

A PRESSIONE COSTANTE

$$\Delta S = \int_i^f \frac{\delta Q}{T}$$

$dU = \delta Q - \delta L$ 1° principio

$$\delta Q = dU + \delta L = n C_V \, dT + p \, dV \quad \in \text{gas perfetto}$$

$p = \text{costante} \Rightarrow p_i = p_f$

$nRT = pV$

$$\Delta S = \int_i^f \frac{\delta Q}{T} = \int_{T_i}^{T_f} \frac{n C_V \, dT}{T} + \int_{V_i}^{V_f} \frac{p \, dV}{T}$$

$$\frac{p}{T} = \frac{nR}{V}$$

quindi

$$\Delta S = \int_{T_i}^{T_f} n C_V \frac{dT}{T} + \int_{V_i}^{V_f} \frac{nR}{V} \, dV =$$

$$= n C_V \int_{T_i}^{T_f} \frac{dT}{T} + nR \int_{V_i}^{V_f} \frac{dV}{V} =$$

$$= n C_V \ln \left| \frac{T_f}{T_i} \right| + nR \ln \left| \frac{V_f}{V_i} \right|$$

Poiché $nRT = pV$ e $p = \text{cost}$

$$\Rightarrow \frac{V_f}{V_i} = \frac{T_f}{T_i}$$

../..

quindi

$$\Delta S = n C_v \ln \left| \frac{T_f}{T_i} \right| + nR \ln \left| \frac{T_f}{T_i} \right| =$$

$$= (n C_v + nR) \ln \left| \frac{T_f}{T_i} \right|$$

Poiché

$$C_p - C_v = R$$

$$C_p = C_v + R$$

quindi

$$\Delta S = n C_p \ln \left| \frac{T_f}{T_i} \right|$$

$$\Delta S = \left(\frac{P_i V_i}{R T_i} \right) C_p \ln \left| \frac{T_f}{T_i} \right| ,$$

se lo conosciamo

poiché da $nRT = PV$ ricavo $n = \frac{PV}{RT}$

TRASFORMAZIONE ISOTERMA

$T_i = T_f$ $\quad nRT = pV \Rightarrow PV = \text{costante}$

$$\Downarrow$$

$$P_f V_f = P_i V_i$$

1° Principio: $\Delta U = \Delta Q - \Delta L$

$$\text{con } \Delta U = C_v\, n \int_{T_i}^{T_f} dT = 0$$

perché $T_i = T_f$

$$\Downarrow$$

$$\Delta Q = \Delta L$$

$$\rightarrow \Delta L = \int_{\text{stato } i}^{\text{stato } f} P\, dV$$

quindi

$$\Delta Q = \int_{\text{volume } i}^{\text{volume } f} \frac{nRT}{V}\, dV = nRT \ln \frac{V_f}{V_i}$$

$$\Delta L$$

perché $PV = nRT$

vs. $V_f > 0$
$V_i > 0$
il modulo è inessenziale

COMPRESSIONE ADIABATICA

$P \cdot V^{\gamma} = \text{costante} \Rightarrow P_f V_f^{\gamma} = P_i V_i^{\gamma}$

$$P = \frac{\Delta E}{\underbrace{\Delta t}_{\text{tempo reale}}} = -\frac{\Delta L}{\Delta t}$$

$\Delta U = \Delta Q - \Delta L$, con $\Delta Q = 0$

$\Downarrow$

$$P = \frac{\Delta U}{\Delta t}$$

$\Delta U = n C_v (T_f - T_i)$

$PV = nRT \Rightarrow T = \frac{PV}{nR}$

$$\Delta U = \frac{n C_v}{nR} (P_f V_f - P_i V_i)$$

$$\Delta U = \frac{C_v}{R} (P_f V_f - P_i V_i)$$

ESPANSIONE ADIABATICA

È CHIESTO $\dfrac{T_f}{T_i}$

$pV^\gamma = \text{cost} \qquad \gamma = \dfrac{c_p}{c_V} = \dfrac{5}{3}$ per monoatomici

$$\begin{cases} nRT = pV \\ p_f V_f^\gamma = p_i V_i^\gamma \Rightarrow p_f = p_i \left(\dfrac{V_i}{V_f}\right)^\gamma \end{cases}$$

$$nRT_f = p_f V_f \Rightarrow \boxed{nRT_f = p_i \left(\frac{V_i}{V_f}\right)^\gamma V_f}$$

$$\boxed{nRT_i = p_i V_i}$$

$\Rightarrow$ otteniamo:

$$\frac{\cancel{nR}T_f}{\cancel{nR}T_i} = \frac{\cancel{p_i}\left(\frac{V_i}{V_f}\right)^\gamma V_f}{\cancel{p_i} V_i}$$

$$\frac{T_f}{T_i} = \left(\frac{V_i}{V_f}\right)^{\gamma-1}$$

Lampadine in parallelo, ciascuna P watt.

Generatore con resistenza interna R_i Ω

e una d.d.p di V volts.

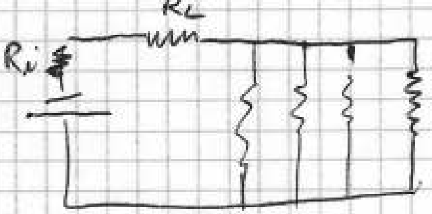
La linea ha una resistenza di R_L Ω

1) Resistenza delle lampadine?

2) Potenza perduta sul generatore e sulla linea?

$R_{lamp} = ?$

$W_{dissipata} = W_{generatore} + W_{linea} = ?$



4 lampadine $\rightarrow R_{eq} = \frac{R}{4}$

$$V = I\,(R_i + R_L + R_{eq}) = I\,(R_I + R_L + \frac{R}{4})$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} = \frac{4}{R} \Rightarrow R_{eq} = \frac{R}{4}$$

$$W_{lamp} = I^2 R \Rightarrow R = \frac{W_{lamp}}{I^2}$$

$$V = I\left((R_i + R_L)I^2 + \frac{W_{lamp}}{I^2} \cdot \frac{1}{4}\right) =$$

$$= (R_i + R_L)I^2 + \frac{W_{lamp}}{4}.$$

../..

$$(R_1 + R_2) I^2 - IV + \frac{W_{lamp}}{4} = 0$$

eq. di 2° grado:

$$I = \frac{V \pm \sqrt{V^2 - 4(R_1 + R_2) \cdot \frac{W_{lamp}}{4}}}{2(R_1 + R_2)}$$

$I_1 = \ldots A$

$I_2 = \ldots A$

$$R_1 = \frac{Potenza\_lamp}{I_1^2}$$

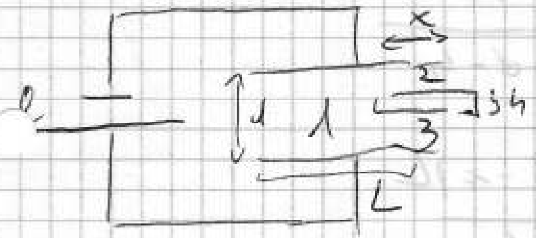
$$R_2 = \frac{Potenza\_lamp}{I_2^2}$$

$$W_{generatore} + W_{linea} = I^2 R_1 + I^2 R_2$$

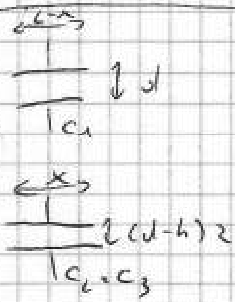
Avendo due correnti, troveremo due potenze dissipate.

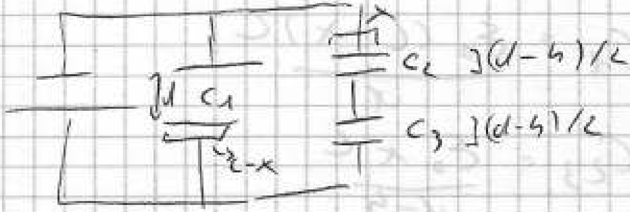
Si deve scegliere la soluzione con la corrente più bassa, ovvero con la resistenza più bassa, perché la perdita nel circuito deve essere la più bassa e quindi l'intensità di corrente deve essere la più bassa.

F2 a



Capacità ?





C_2 e C_3 sono in serie

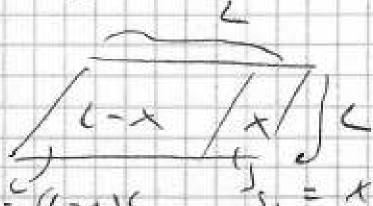
$C_{eq} = C_{23}$

C_1 è in parallelo con C_{23}

$$\frac{1}{C_{23}} = \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

$$C_2 = C_3 = \varepsilon_0 \frac{S}{\left(\frac{d-h}{2}\right)} = \frac{2\,\varepsilon_0 S}{d-h}$$

$$\frac{1}{C_{23}} = \frac{2}{C_2} \Rightarrow C_{23} = \frac{C_2}{2} = \frac{\varepsilon_0 S}{d-h} \quad S = S_2$$



$S_1 = (L-x)L$ $\qquad$ $S_2 = x \cdot L$

C_{23}

$$C_{23} = \frac{C}{2} = \frac{\varepsilon_0 S_2}{d-h} = \frac{\varepsilon_0 \, x \, L}{d-h}$$

$$C_1 = \frac{\varepsilon_0 S_1}{d} = \frac{\varepsilon_0 (l-x) L}{d}$$

$$S_1 = (l-x)L$$

$$C_1 = \frac{\varepsilon_0 (l-x) L}{d}$$

$$C_{23} = \frac{\varepsilon_0 \, x \, L}{d-h}$$

$$C_{123} = C_1 + C_{23} = \frac{\varepsilon_0 (l-x) L}{d} + \frac{\varepsilon_0 \, x \, L}{d-h}$$ fin

UN FORNELLO ELETTRICO DEVE DISSIPARE UNA POTENZA P data. SE È ALIMENTATO DA UNA f.d.p V data,

F2a
51,17

R del fornello $= ?$

$I = ?$ corrente assorbita dal fornello

$$P = IV = \underbrace{\frac{V}{R}}_{I} \cdot V = \frac{V^2}{R} \Rightarrow R = \frac{V^2}{P}$$

$$I = \frac{P}{V}$$

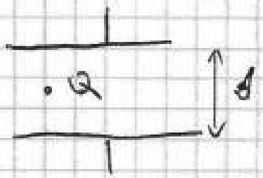
CONDENSATORE PIANO

d = distanza armature

d.d.p = V

Tra le armature è introdotta una carica Q

È chiesta la forza F esercitata sulla carica.



V = dato

d = dato

Q = dato

F = ?

$$\bar{F} = \overset{Q}{q}\,\bar{E} \quad \text{perché} \quad \bar{E} = \frac{\bar{F}}{q}$$

$$\vec{E} = \frac{V}{d}$$ in un condensatore piano

$$F = Q \cdot \frac{V}{d}$$

51,7

F2a

Condensatore piano

Area = data

d = data = d_i

ε_r = data

Lavoro = dato = E_i = ... J

1) carica ? = Q_i

2) allontanando le armature da $\overset{d_i}{"}$ a $\overset{d_f}{"}$, lavoro compiuto? $\overset{"}{\mathcal{L}}$

3) d.d.p. quindi = ΔV_f = ?

$$E = \frac{1}{2} Q V$$

↳ energia elettrostatica immagazzinata nel condens.;

$$E_{in} = \frac{1}{2} Q_i V_i$$

$$C = \frac{Q}{V} \Rightarrow V = \frac{Q}{C} \text{, quindi:}$$

$$E_{in} = \frac{1}{2} Q_i \cdot \frac{Q_i}{C_i} = \frac{1}{2} \frac{Q_i^2}{C_i} \Rightarrow Q_i = \sqrt{2 E_{in} \cdot C_{in}}$$

$$C_{cond\ piano} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S}{d} \Rightarrow C_{in} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S}{d_{in}}$$

Quindi Q_i è calcolato (1).

2) $\mathcal{L} = E_f - E_i$

$$E = \frac{1}{2} Q V = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \text{, cambia solo la capacità:}$$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \frac{Q_f^2}{C_f} - \frac{1}{2} \frac{Q_i^2}{C_i} \text{, con } Q_i = Q_f$$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} Q^2 \left(\frac{1}{C_f} - \frac{1}{C_i} \right)$$

.../...

$C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \dfrac{S}{d}$, ainsi

$$L = \frac{1}{2} Q^2 \left(\frac{d_f}{\varepsilon_0 \varepsilon_r S} - \frac{d_i}{\varepsilon_0 \varepsilon_r S} \right) = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} (d_f - d_i)$$

3) $C = \dfrac{Q}{V} \Rightarrow V = \dfrac{Q}{C}$

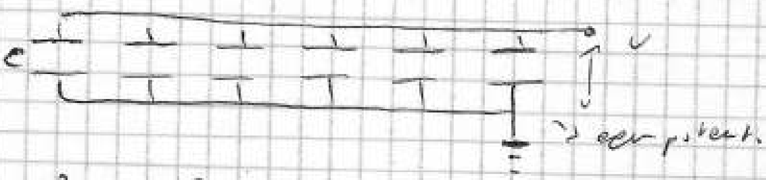
$$V_f = \frac{Q_f}{C_f} = \frac{\overset{\to \text{ not constant}}{Q}}{C_f}$$

$$C_f = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S}{d_f}$$

F22
51.23

6 CONDENSATORI PIANI,
OGNUNO SUPERFICIE S,
DISTANZA FRA PIATTI d
ε_r = dato
V = dato (caricati al potenziale di V).

È CHIESTA LA CARICA TOTALE DELLE ARMATURE INTERNE; QUELLA ESTERNA È A TERRA.



$Q_{TOT} = ?$

$C_{eq} = \Sigma_i C_i = 6C$

$C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \dfrac{S}{d}$ per ogni condensatore

$C_{eq} = 6 \cdot \varepsilon_0 \varepsilon_r \dfrac{S}{d}$

$C = \dfrac{Q}{V} \Rightarrow C_{eq} = \dfrac{Q_{TOT}}{V} \Rightarrow Q_{TOT} = C_{eq} V$

UN CONDENSATORE PIANO È CARICATO ALLA d.d.p. data in V. FRA GLI ELETTRODI C'È ARIA. SI SOSTITUISCE OLIO DI PARAFFINA, CON ε_2 = dato. DI QUANTO VARIA LA TENSIONE AGLI ELETTRODI DEL CONDENSATORE?
DI QUANTO VARIA LA FORZA ATTRATTIVA PER UNITÀ DI SUPERFICIE? F2a

$V_f = ?$

$F_{\text{anche per unità di superficie}} = ?$

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_2 \frac{S}{d}$$

$$C_i = \varepsilon_0 \frac{S}{d}$$

$$C_f = \varepsilon_0 \varepsilon_2 \frac{S}{d}$$

$$C = \frac{Q}{V} \qquad Q_i = Q_f$$

$$V_f = \frac{Q_f}{C_f} = \frac{Q_i}{C_f} = \frac{C_i V_i}{C_f} = \frac{C_i}{C_f} V_i$$

$$V_f = \frac{C_i}{C_f} V_i = \cancel{\varepsilon_0} \frac{S}{\cancel{d}} \cdot \frac{1}{\cancel{\varepsilon_0} \varepsilon_2 \cdot \frac{S}{\cancel{d}}} \cdot V_i = \frac{V_i}{\varepsilon_2}$$

$$F = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon_2 E^2 S$$

$$E = \frac{V}{d}$$

~/~

Forza per unità di superficie

$$\frac{F}{S} = \frac{\frac{1}{2}\varepsilon_0 \varepsilon_r E^2 \cancel{S}}{\cancel{S}} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{V^2}{\frac{d^2}{\varepsilon_r^2}}$$

$$\frac{\frac{F_{\text{lin}}}{S} - \frac{F_{\text{vuoto}}}{S}}{\frac{F_{\text{vuoto}}}{S}} = \quad \dots \quad = \left| \frac{1}{\varepsilon_r} - 1 \right|$$

F2 a Sfera metallica raggio R e spessore Sp. 51.3 F12

All'esterno altra sfera raggio R_e con carica C.

Determinare il potenziale in

a) fuori delle sfere

b) sulla superficie esterna

c) ~~fra le due~~ sulla sup interna

d) fra le due sfere

e. sulla sup della sfera interna

e) al centro

a) assumendo che il potenziale all'infinito sia 0:

$$V_a = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{r_a}\cdot q$$

$$\Phi = \frac{\sum_i q_i}{\varepsilon_0}$$ e qui abbiamo

$$\frac{q-q+q}{\varepsilon_0} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

quindi qui a la carica effettiva che genera il campo è q.

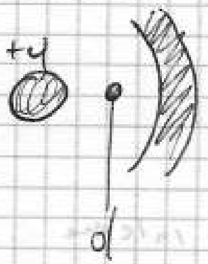
b) $V_B = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{r_b}$

c) Il campo E nel conduttore è 0. Questo non vuol dire che lo è anche il potenziale.

$V_C = V_B =$

../..

d) $V_d - V_c = -\int_d^c \bar{E}\cdot d\bar{l}$



$E_d = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{r^2}$ (=> $d\bar{l}$ diventa [illegible])

è generato dalla carica q sulla sfera, per il T. di Gauss. Quindi:

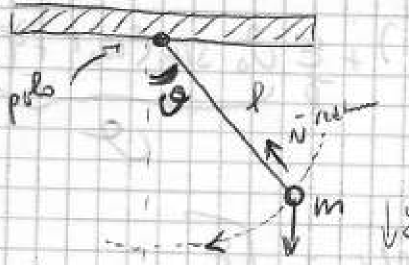
$$V_d = V_c - \int_d^c \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{r^2}\,dr$$

$$D\left(-\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{x^2}$$

$$V_f - V_c = -\int_f^c \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}\,dr$$

$$V_f = V_c - \int_f^c \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}\,dr = V_c - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[-\frac{1}{r}\right]_f^c$$

e) $V_e = V_f$.



$\omega_0 = ?$ (freq. di oscillaz.)

$$\vec{M} = \frac{d\vec{P}}{dt}$$
$$\vec{P} = m\vec{a}$$

$\vec{M} = -mgl \sin\vartheta$ momento totale delle forze.

L'oggetto descrive una circonferenza
v = velocità tangente alla circonferenza
$v = l\omega$ $\qquad \omega$ = velocità angolare $= \frac{d\vartheta}{dt}$

$$|P| = lmv = lm\,l\omega = l^2 m\omega = l^2 m \frac{d\vartheta}{dt}$$

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = l^2 m \frac{d^2\vartheta}{dt} = M$$

$$-\cancel{m}g\cancel{l} \sin\vartheta = l^{\cancel{2}} \cancel{m} \frac{d^2\vartheta}{dt}$$

1) $\underbrace{\dfrac{d^2\vartheta}{dt} + \dfrac{g}{l}\sin\vartheta = 0}$ per piccole oscillazioni $\sin\vartheta \simeq \vartheta$

$\dfrac{d^2\vartheta}{dt} + \dfrac{g}{l}\vartheta \simeq 0$ la cui soluzione è:

$\vartheta(t) = \vartheta_0 \sin(\omega_0 t + \varphi)$
$\dot{\vartheta}(t) = \vartheta_0 \cos(\omega_0 t + \varphi)\,\omega_0$
$\ddot{\vartheta}(t) = -\vartheta_0 \sin(\omega_0 t + \varphi)\cdot\omega_0^2$, quindi
la (1) diventa, con $\sin\vartheta \simeq \vartheta = \vartheta_0 \sin(\omega_0 t + \varphi)$

$$\underbrace{-\vartheta_0 \omega_0^2 \sin(\omega_0 t + \varphi)}_{\ddot{\vartheta}} + \frac{g}{l} \underbrace{\vartheta_0 \sin(\omega_0 t + \varphi)}_{\vartheta} = 0$$

$$-\omega_0^2 + \frac{g}{l} = 0 \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

pulsazione

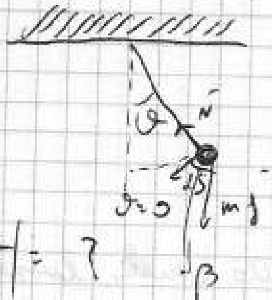
$\omega_0 =$ costante

$\omega = \frac{d\vartheta}{dt} =$ vel. angolare $\neq$ cost.

$\omega_0 \neq \omega$!

PENDOLO

Fis 12.4



$$dL = m\vec{g}\cdot d\vec{s}$$

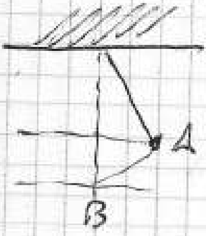
$$m\vec{g}\cdot d\vec{s} = mg\, ds \cos\beta$$

$$v\Big|_{\vartheta=0} = ?$$

$$dL = m\vec{g}\cdot d\vec{s} = mg\,\underbrace{ds\cos\beta}_{dy} = mg\,dy$$

$$L = \int_A^B dL = \int_A^B (\cancel{\vec{N}} + m\vec{g})\,d\vec{s} = \int_A^B m\vec{g}\,d\vec{s}$$

$$= \int_A^B mg\,dy = mg\left[y\right]_A^B = mg\,(y_B - y_A)$$



$$L = \int_A^B m\vec{g}\,d\vec{s} = \Delta K = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Downarrow$$

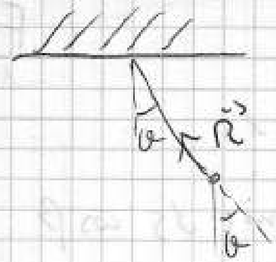
$$mg\,(y_B - y_A) = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow$$

$$v = \sqrt{2g\,\Delta y}$$ (come per la caduta libera).

$$v_{max} = \sqrt{2gy} \quad y = l - l\cos\vartheta_0 = l(1-\cos\vartheta_0)$$

$$= \sqrt{2gl(1-\cos\vartheta_0)}$$

../..



$m\vec{g} + \vec{R} = m\vec{a}$ componente nella accel. lungo il filo.

$m a_n = \frac{mv^2}{2}$

$-mg\cos\vartheta + R_n = m a_n$

$-mg\cos\vartheta + R_n = m\frac{v^2}{l}$

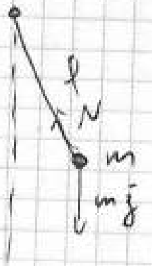
$-mg\cos\vartheta + R_n = \frac{mv^2}{l}$

$R_n = \frac{mv^2}{l} + mg\cos\vartheta$

$R_n^{max} = \left[\frac{mv^2}{l} + mg\cos\vartheta \right]_{\substack{\text{quota} \\ \text{minima,} \\ \vartheta = 0}}$

F1d
51.133

CALCOLO DI UNA GRAVITÀ SCONOSCIUTA



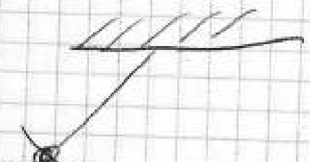
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$$

↓

PERIODO DEL MOTO DEL PENDOLO.

Conosciuto l e misurato T, il tempo necessario per una oscillazione, è calcolabile g.

DATO T di un pendolo di lunghezza l, 51.1X
calcolare la lunghezza:



$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow$$

$$l = \frac{gT^2}{4\pi^2}$$

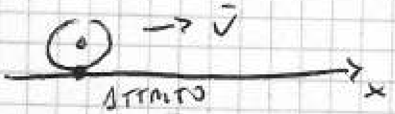
[illegible]

B/3

UNA SFERA OMOGENEA DI RAGGIO DATO È LANCIATA RADENTE AL SUOLO CON VELOCITÀ DATA E CON VELOCITÀ ANGOLARE DATA.

COEFF. D'ATTRITO DATO, CALCOLARE DOPO QUANTO TEMPO CESSA LO SCIVOLAMENTO.

sfera $I_0 = \frac{2}{5} mR^2$



cilindro $I_0 = \frac{1}{2} mR^2$

$$\begin{cases} F_A = ma \\ -RF_A = I_0 \dot{\omega} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -\mu N = ma \\ -\mu mgR = I_0 \dot{\omega} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -\mu mg = ma \\ -\mu mgR = I_0 \frac{a}{R} \end{cases}$$

puro rotolamento $\dot{\omega} = \frac{a}{R}$

SE NON C'È PURO ROTOLAMENTO:

$v \neq \omega R$

$-\mu mg = ma \Rightarrow a = \frac{dv}{dt} = -\mu g$

$$\int_{v_0}^{v} dv = \int_0^t -\mu g \, dt$$

$v = v_0 - \mu g t$ → descrive la velocità se non c'è puro rotolamento.

$-\mu mgR = I_0 \dot{\omega} \rightarrow \frac{d\omega}{dt}$

$$\frac{d\omega}{dt} = -\frac{\mu mgR}{I_0} \Rightarrow \omega = \omega_0 - \frac{\mu mgR\,t}{I_0}$$

--/--

$$\begin{cases} v = v_0 - \mu g t \\ \omega = \omega_0 - \dfrac{\mu m g R}{I_0} t \end{cases}$$

Se c'è puro rotolamento:

$v = -\omega R$

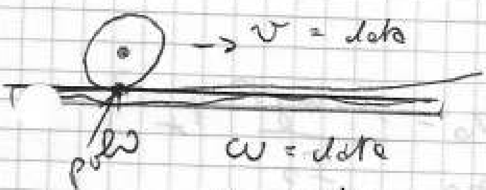
$$v_0 - \mu g t_* = -R\left[\omega_0 - \frac{\mu m g R}{I_0} t_*\right]$$

istante di inizio del puro rotolamento.

$$t_*\left[-\mu g - \frac{R\mu m g R}{I_0}\right] = -v_0 - R\omega_0$$

$I_0 = \frac{2}{5} m R^2$ per la sfera

$$t_* = \frac{v_0 + R\omega_0}{\mu g\left(1 + \frac{5}{2}\right)}$$



Chiarire ~~il~~ dopo quanto tempo cessa lo scivolamento.

μ = dato
coeff. attrito

sfera: $I_0 = \frac{2}{5} m R^2$; cilindro: $I_0 = \frac{1}{2} m R^2$

$$\begin{cases} \bar{F} = m\bar{a} \\ \bar{M} = \frac{d\bar{L}}{dt} \end{cases} \to \begin{cases} F_a = ma \\ -R \underbrace{F_a}_{\mu m g} = I_0 \dot{\omega} \end{cases} \to \begin{cases} -\mu N = ma \\ -\mu m g R = I_0 \underbrace{\dot{\omega}}_{\frac{a}{R}} \end{cases} \to$$

$$\to \begin{cases} \mu m g = ma \\ -\mu m g R = I_0 \frac{a}{R} \end{cases}$$

Non c'è puro rotolamento $\Rightarrow v \neq \omega R$

$-\mu \cancel{m} g = \cancel{m} a \to a = \frac{dv}{dt} = -\mu g$

integrando: $\int_{v_0}^{v} dv = \int_0^t -\mu g \, dt$

$\boxed{v = v_0 - \mu g t}$ velocità se non c'è puro rotolamento

$-\mu m g R = I_0 \dot{\omega}$; $\dot{\omega} = \frac{d\omega}{dt}$

$\frac{d\omega}{dt} = -\frac{\mu m g R}{I_0} \Rightarrow \boxed{\omega = \omega_0 - \frac{\mu m g R}{I_0} t}$

non c'è puro rotolamento

Se c'è puro rotolamento

$$V = -\omega R$$

$$V_0 - \mu g t_* = -R\left[\omega_0 - \frac{\mu m g R}{I_0} t_*\right]$$

$\hookrightarrow$ istante di inizio del puro rotolamento

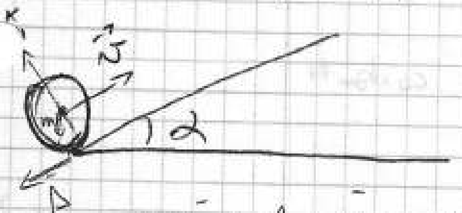
$$t_* \left[-\mu g - \frac{R \mu m g R}{I_0}\right] = -V_0 - R\omega_0$$

$$t_* = \frac{-V_0 - R\omega_0}{-\mu g - \frac{R\mu m g R}{I_0}} = \frac{V_0 + R\omega_0}{\mu g + \frac{\mu \cancel{m} g \cancel{R^2}}{\frac{2}{5}\cancel{m}\cancel{R^2}}} =$$

$$= \frac{V_0 + R\omega_0}{\mu g \left(1 + \frac{5}{2}\right)}$$ = istante di inizio del puro rotolamento, quando termina lo strisciamento.

F1a
51. 26

CILINDRO ORIZZONTALE
MASSA DATA LANCIATO IN SALITA
SU PIANO INCLINATO SCABRO CON
INCLINAZIONE α DATA. VELOCITÀ
INIZIALE DEL BARICENTRO v È DATA.
MOTO PURO ROTOLAMENTO
CALCOLARE IL TEMPO DI RAGGIUNGIMENTO
QUOTA MASSIMA



piano scabro = attrito

$$m\bar{g} + \bar{A} + \bar{N} = m\bar{a}_c \qquad (F = ma)$$

$$\bar{M} = \underbrace{I}\,\dot{\omega}\,\hat{n} \rightarrow \underbrace{I_{polo} = I_{cm} + md^2}_{\text{Teorema Huygens-Steiner}}$$

$$\bar{M} = M_g + M_A + M_N$$
$$M_A = 0, \quad M_N = 0$$
$$M_g = mgr\sin\beta, \quad \sin\beta = \sin\alpha$$

$$\frac{1}{2}mr^2 + mr^2 = \frac{3}{2}mr^2$$

$$M_g = mgr\sin\alpha$$
$$\Downarrow$$
$$mgr\sin\alpha = \frac{3}{2}r^2\dot{\omega} \Rightarrow \dot{\omega} = \frac{2}{3}g\frac{\sin\alpha}{r}$$

$$\dot{\omega} = \frac{d\omega}{dt}$$

.../..

$v = \omega r$

$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d\omega}{dt} \cdot r = \dot{\omega} r$ puro rotolamento

$a_{cm} = \underbrace{\frac{2}{3} g \frac{\sin\alpha}{r}}_{\dot{\omega}} \underbrace{r}_{r} = \frac{2}{3} g \sin\alpha$

IL TEMPO NECESSARIO PER ARRIVARE ALLA QUOTA MAX È PER $v = 0$.

$v(t) = v_0 + a t$ con a costante

$v(t_{finale}) = 0$

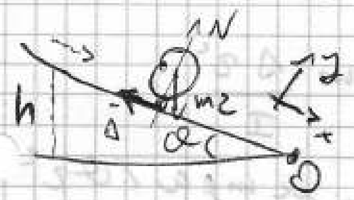
$0 = V_0 - a t_{finale}$ (− perché l'acc. si oppone al moto).

$t_{finale} = \frac{V_0}{a}$

$t_{finale} = V_0 \cdot \frac{3}{2 g \sin\alpha} =$ ~ valori numerici

CILINDRO MASSA m

F12
5/11



Partendo da altezza h,
$A = ?$
$V_0 = ?$

1) $A = ?$ quale è la forza di attrito che consente il puro rotolamento

2) $V_f = ?$ $\rightarrow V = \omega R \Rightarrow$ punto di contatto istantaneamente fermo.

Polo = centro di massa

$$\bar{F}_{est} = m \bar{a}_{cm}$$

x) $mg \sin\theta - A = m a_x$

y) $-mg\cos\theta + N = m a_y = 0$, perché l'oggetto non vola né affonda nel piano.

$$\Downarrow$$
$$N = mg\cos\theta$$

$A = \mu N = \mu mg\cos\theta$ e l'attrito è statico

sostituendo nella cond. assiale:

$\cancel{m} g \sin\theta - \mu \cancel{m} g \cos\theta = \cancel{m} a_x$] eq. delle forze

$$M_{est} = \frac{d\bar{L}}{dt} \quad \text{eq. dei momenti}$$

$$\Downarrow$$

$$M_z = I\dot{\omega} \Rightarrow A \cdot r = I\dot{\omega}$$

$$A r = I \cdot \frac{a_x}{r} \Rightarrow a_x = \frac{A r^2}{I}$$

Quindi

$$mg\sin\vartheta - \mu mg\cos\vartheta = m\frac{A r^2}{I}$$

$$mg\sin\vartheta - \mu mg\cos\vartheta = m\cdot\frac{\mu mg\cos\vartheta\, r^2}{I}$$

e quindi μ è l'unica variabile

$$\cancel{mg}\sin\vartheta = \mu\left\{\cancel{mg}\cos\vartheta + \frac{m^2 g\cos\vartheta\, r^2}{I}\right\}$$

$$\mu = \frac{\sin\vartheta}{\cos\vartheta + \frac{m\cos\vartheta\, r^2}{I}}$$

$$I = \frac{1}{2}mr^2$$

$$\Downarrow$$

$$\mu = \frac{\sin\vartheta}{\cos\vartheta}\cdot\frac{1}{1+\frac{mr^2}{\frac{1}{2}mr^2}}$$

$$= \frac{\sin\vartheta}{\cos\vartheta}\cdot\frac{1}{3}$$

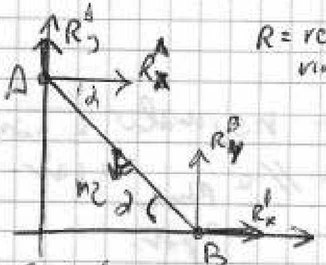
F1a Scala a pioli

l = dato

peso = dato

coeff attr. = dato

È chiesta l'inclinaz. all'inizio equilibrio



R = reazioni vincolari

Le Forze (accel. del c.m. del sistema)

$$\begin{cases} R_x^A + R_x^B = 0 & (\bar{F}_y = 0) \\ R_y^A + R_B^y - mg = 0 & (\bar{F}_x = m\bar{a}) \end{cases}$$

I momenti (rotazioni del c.m.)

$|\bar{M}| = rF \sin\alpha$

se $\alpha = \frac{\pi}{2} = 90°$

$\sin\alpha = 1$

$R_y^A \, l \cos\alpha - mg \frac{l}{2} \cos\alpha + R_x^A \, l \sin\alpha = 0$

In A non c'è attrito $\Rightarrow R_y^A = 0$.

ovviamente

$$R_x^B = -A = -R_y^B \mu$$

$$\begin{cases} R_x^A - R_y^B \mu = 0 \\ -mg \frac{l}{2} \cos\alpha + R_x^A \, l \sin\alpha = 0 \\ R_x^B - mg = 0 \Rightarrow R_x^B = mg \end{cases}$$

$$R_x^A = R_y^B \mu = mg\mu$$

$$-\cancel{mg}\frac{\cancel{l}}{2}\cos\alpha + \cancel{mg}\mu \cancel{l} \sin\alpha = 0$$

$$-\frac{1}{2}\cos\alpha + \mu \sin\alpha = 0$$

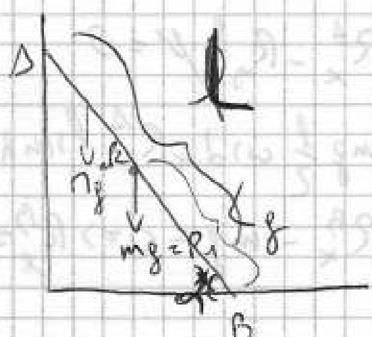
divido per $\cos\alpha$

$$-\frac{1}{2} + \mu \tan\alpha = 0$$

$$\tan\alpha = \frac{1}{2\mu}$$

$$\alpha = \arctan \frac{1}{2\mu}$$

$\alpha \geq \arctan \frac{1}{2\mu}$ la scala non scivola.



P_1 = peso scala

P_2 = peso sulla scala

R_A e R_B le reazioni vincolari normali e parallele

A_A e A_B le forze di attrito relative // e perpendicolari e par.

μ = coeff. attrito

Equilibrio orizz. => $R_A = A_B$

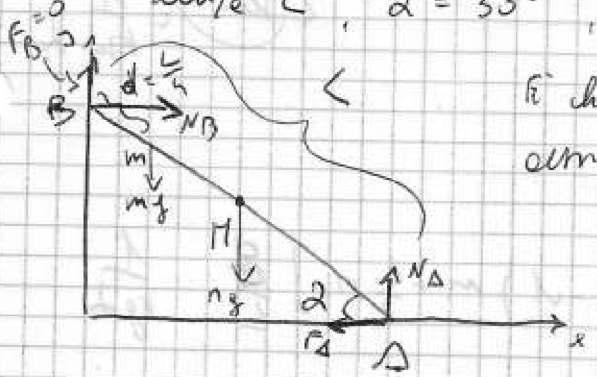
Equilibrio vert. => $R_B + A_A = P_1$

Equilibrio alla rotazione in B

$R_A\, L \sin\alpha + A_A\, L \cos\alpha = P_1\, l_G \cos\alpha$

$\tan\alpha = \frac{P_1}{}$

F1a Sbarra massa M allo sbarco a parete, lunga L, $\alpha = 30°$, piano scabro. (5642)
F1a



È chiara la forza di attrito in A.

M = dato
L = dato
α = dato
d = dato
m = dato

$$\begin{cases} \bar{F} = m\bar{a} & \left(\text{momento lineare}\right) \\ \frac{d\bar{P}}{dt} = \bar{M} & (\text{rotazione}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x) & -F_A + N_B = 0 \\ y) & -mg - Mg + N_A = 0 \end{cases}$$

Il polo è A:

$$\bar{M} = \bar{r} \times m\bar{g} + \bar{R} \times M\bar{g} + L \times N_B =$$

$\bar{r}$: spostamento mg

$$= -(L-d)\, mg \cos\alpha - \frac{L}{2} Mg \cos\alpha + L N_B \sin\alpha = 0$$

Dunque:

$$\begin{cases} -F_A + N_B = 0 \Rightarrow F_A = N_B \\ -mg - Mg + N_A = 0 \Rightarrow N_A = mg + Mg \\ -(L-d)\, mg \cos\alpha - \frac{L}{2} Mg \cos\alpha + L N_B \sin\alpha = 0 \end{cases}$$

$$N_B = \frac{(L-d)\, mg \cos\alpha + \frac{L}{2} Mg \cos\alpha}{L \sin\alpha}$$

../..

$$F_1 = N_B = \left[(L-d)m + \frac{L}{2}n\right] \frac{g}{L} \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha}$$

$$\cancel{F_1 = t}$$

$$F_1 = \mu \, |N_A|$$

$$\mu \underbrace{N_A}_{(m+n)g} = \left[(L-d)m + \frac{L}{2}n\right] \frac{g}{L} \cdot \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha}$$

$$\mu = \left[(L-d)m + \frac{L}{2}n\right] \cdot \frac{1}{L(m+n)} \cdot \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha}$$

risveto

(se $m = 0 \Rightarrow \mu = \frac{1}{2\operatorname{tg}\alpha}$, scala e pulì.)

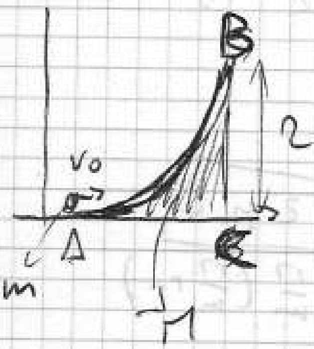
(se $d = 0 \Rightarrow \mu = \left(m + \frac{n}{2}\right) \cdot \frac{1}{(m+n)} \cdot \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha}$)

(se $n = 0 \Rightarrow \mu = \frac{L-d}{L} \cdot \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha}$)

(se $d = \frac{L}{2} \Rightarrow \mu = \frac{1}{2\operatorname{tg}\alpha}$)

F12

PUNTO MATERIALE MASSA m DATA
È LANCIATO CON VELOCITÀ V_0
VERSO UN CUNEO ABC DI MASSA M DATA.
RAGGIO DELLA CIRC. R DATO
IL PUNTO SALE SENZA ATTRITO LUNGO AB.
CALCOLARE LA VELOCITÀ NEL PUNTO B.



m = dato

V_0

M = dato

R = dato

V_B = ? (velocità del cuneo)

I) conservazione della quantità di moto:

$$\underbrace{m V_0}_{\text{prima urto}} = \underbrace{m v_f + M U_f}_{\text{dopo urto}}$$

U_f → v del corpo M

v_f → v dopo l'urto del corpo m

II) conservazione dell'energia

$$\frac{1}{2} m V_0^2 = \frac{1}{2} m v_f^2 + \frac{1}{2} M U_f^2$$

U_f è la velocità del corpo M.

moto lungo A→B:

$$m v_0 = m V_B + M v_B$$

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = \underbrace{\frac{1}{2} m v_B^2}_{E_c \text{ del pallino}} + \frac{1}{2} M v_B^2 + \underbrace{m R g}_{\text{Energia potenziale non manca che sale}}$$

- 1 -

$$V_0 = \frac{M+m}{m} v_B$$ dalla 1, e sostituendo nella 2:

$$\frac{1}{2} m \left[\frac{M+m}{m} v_B \right]^2 = \frac{1}{2} m v_B^2 + \frac{1}{2} M v_B^2 + m g R$$

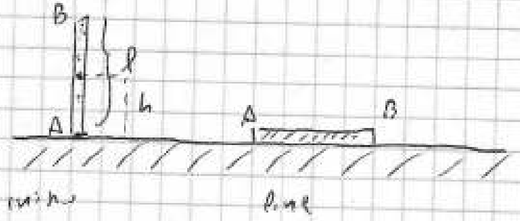
al massimo   raggio

$$\frac{1}{2} m \frac{(M+m)^2}{m^2} v_B^2 - \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} M v_B^2 = m g R$$

$$\cancel{v_B^2 \frac{m}{2}}$$

$$v_B^2 = \frac{2 m^2 g R}{M(M+m)} \Rightarrow v_B = \sqrt{\frac{2 g R}{\frac{M}{m}\left(\frac{M}{m}+1\right)}}$$

F1a
51.10



CALCOLARE LA VELOCITÀ DEL BARICENTRO A FINE CADUTA

IL MOTO È UNA ROTAZIONE INTORNO AD A.

$E_p = mgh$ con h altezza baricentro $= \frac{l}{2}$

$E_c = E_{\substack{cinetica\\c.m.}} + E_{\substack{cinetica\\rotaz.}} = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} I_A \omega^2$

momento di inerzia del sistema rispetto ad A

Per il T. di Huygens,
il momento di inerzia rispetto al polo A è:

$$I_A = I + m d^2 \Rightarrow I_A = \frac{ml^2}{12} + m\frac{l^2}{4} = \frac{1}{3} m l^2$$

$$I = \frac{1}{12} m l^2$$

$$E_p = E_c \Rightarrow mg \cdot \frac{l}{2} = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} m l^2 \omega^2$$

$$v = \omega R_{=\frac{l}{2}} \Rightarrow \omega = \frac{2v}{l}$$

$$\cancel{m} g \cdot \frac{l}{\cancel{2}} = \frac{1}{\cancel{2}} \cancel{m} \cdot v^2 + \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \frac{1}{3} \cancel{m} \cancel{l^2} \cdot \frac{2v^2}{\cancel{l^2}}$$

$$v = \sqrt{\frac{3gl}{7}} \text{ m/s}$$

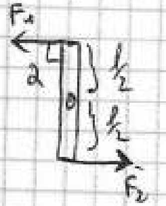
SBARRETTA OMOGENEA LUNGH. l F1a 51.23

MASSA m IN UN PIANO SENZA ATTRITO

DUE FORZE UGUALI E CONTRARIE F = dato

APPLICATE PER Δt = dato.

CALCOLARE ω SBARRETTA



$m \bar{a}_c = 0$ il sistema non trasla

$$\bar{M} = I \dot{\omega} \hat{n}$$

$$|\bar{M}_1| = |\bar{M}_2| = \frac{l}{2} \underset{1}{\sin\alpha} \cdot F_1 = \frac{l}{2} F_1$$

$$M = 2 \cdot \frac{l F_1}{2} = l F_1 \quad (= l F_2)$$

$$I = \frac{1}{12} m l^2$$ perché sbarretta

$$l F_1 = \frac{m l^2}{12} \cdot \dot{\omega} \leftarrow \frac{d\omega}{dt}$$

$$\dot{\omega} = \frac{F_1 \cdot 12}{m l}$$

$$\dot{\omega} = \frac{\omega_f - \omega_i^{=0}}{\Delta t} = \frac{\omega_f}{\Delta t}$$

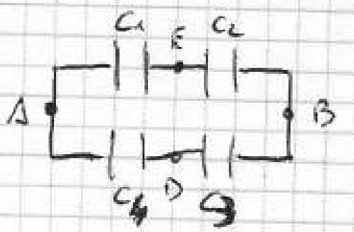
$$\omega_{finale} = \dot{\omega}\, \Delta t$$

$\hookrightarrow$ costante $\quad$ $\dot{\omega}$ costante.

4 CONDENSATORI

F22
51.77

V_{AB} noto
↓
come ddp



$V_D = V_E$

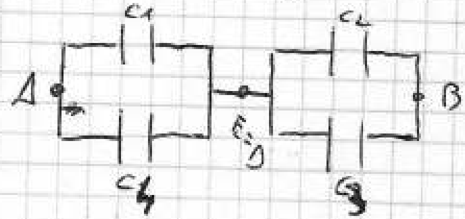
D e E allo stesso potenziale

$C_4 = ?$

Siccome E e D sono allo stesso potenziale è come se li potessimo collegare a un filo.

Circuito equivalente:

V_1 = ddp ai capi del cond. C_1



C_1 e C_2 in serie

stessa carica sulle facce

$$Q_1 = Q_2 \quad e \quad Q_3 = Q_4$$

$$C = \frac{Q}{V}$$

$$\Downarrow \qquad\qquad \Downarrow$$

$$C_1 V_1 = C_2 V_2 \qquad\qquad C_3 V_3 = C_4 V_4$$

$$\Downarrow \qquad\qquad \Downarrow$$

$$V_2 = \frac{C_1}{C_2} V_1 \qquad\qquad V_3 = V_4 \frac{C_4}{C_3}$$

$V_1 = V_4$ e $(V_2 = V_3)$ per la geometria del sistema.

$$V_2 = \frac{C_1}{C_2} V_1 \qquad\qquad V_3 = V_1 \frac{C_4}{C_3}$$

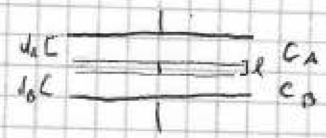
$$\Downarrow$$

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{C_4}{C_3} \Rightarrow C_4 = \frac{C_1}{C_2} \cdot C_3$$

CONDENSATORE piano IN CUI VIENE INSERITA UNA LASTRA.

È CHIESTA LA VARIAZIONE DI CAPACITÀ.

$C_f = ?$

$C_f \equiv$ 

$d_A = \frac{d-l}{2}$

$d_B = d - l - d_A$

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S}{d} \Rightarrow C_i = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S}{d}$$

$$\frac{1}{C_f} = \frac{1}{C_A} + \frac{1}{C_B}$$ (capacità equivalente di condensatori in serie)

$$C_A = \varepsilon_0 \frac{S}{d_A} \quad e \quad C_B = \varepsilon_0 \frac{S}{d_B} = \varepsilon_0 \frac{S}{d-l-d_A}$$

($\varepsilon_r = 1$ aria)

$$\frac{1}{C_f} = \frac{1}{C_A} + \frac{1}{C_B} = \frac{d_A}{\varepsilon_0 S} + \frac{d-l-d_A}{\varepsilon_0 S} = \frac{d-l}{\varepsilon_0 S}$$

$\Rightarrow C_f = \frac{\varepsilon_0 S}{d-l}$; poiché $C_i = \varepsilon_0 \frac{S}{d}$,

la variazione di capacità è:

$$C_f - C_i = \frac{\varepsilon_0 S}{d-l} - \varepsilon_0 \frac{S}{d} = \varepsilon_0 S \cdot \frac{l}{d(d-l)}$$

CONDENSATORE PIANO

F2a

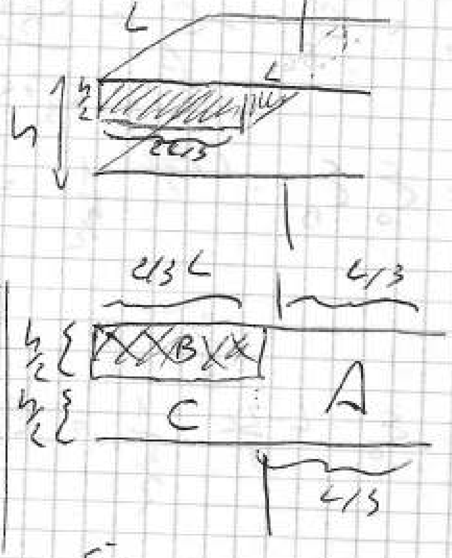
h nota

L nota

ddp $= V$ dopo carica

ε_B nota

Variazione energia elettrostatica?



È come avere 3 condensatori: due vuoti A, C e uno pieno B.

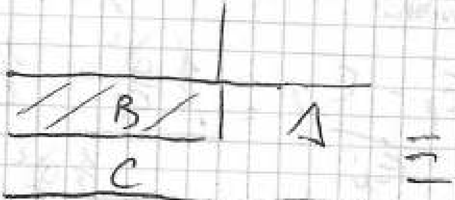
La capacità iniziale senza riempimento:

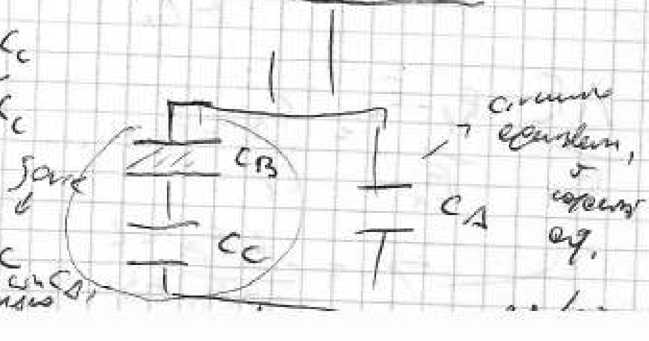
$$C_{init.} = \varepsilon_0 \varepsilon_{r}\frac{S}{d} = \frac{L^2}{h}$$

Successivamente

$$C_{fin} = C_{BC} + C_A$$

$$C_{BC} = \left(\frac{1}{C_B} + \frac{1}{C_C}\right)^{-1} = \frac{C_B C_C}{C_B + C_C}$$





C_{BC} in parallelo con C_A? le capacità si sommano

$$C_{fin} = C_{BC} + C_A = \frac{C_B C_C}{C_B + C_C} + C_A$$

$$C_B = \varepsilon_0 \varepsilon_B \cdot \underbrace{L \cdot \frac{2}{3}L}_{S} \cdot \frac{1}{h/2} = \varepsilon_0 \varepsilon_B \frac{4}{3} \frac{L^2}{h}$$

$$\frac{S}{d}$$

$$C_C = \varepsilon_0 \cdot L \cdot \frac{2}{3}L \cdot \frac{1}{h/2} = \varepsilon_0 \frac{4}{3} \frac{L^2}{h}$$

$$C_A = \varepsilon_0 \frac{L^2}{h}$$

$$C_{fin} = \frac{\varepsilon_B \cdot \cancel{4} \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{4}{3} L^2/h}{\varepsilon_B \cdot \cancel{4} + \cancel{4}} + \varepsilon_0 \frac{L^2}{h} =$$

$$= \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_B}{3} \cdot 4 \frac{L^2}{h} \cdot \frac{1}{(\varepsilon_B + 1)} + \varepsilon_0 \frac{L^2}{h}$$

$$\underset{\text{energia elettrostatica}}{E} = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} Q V$$

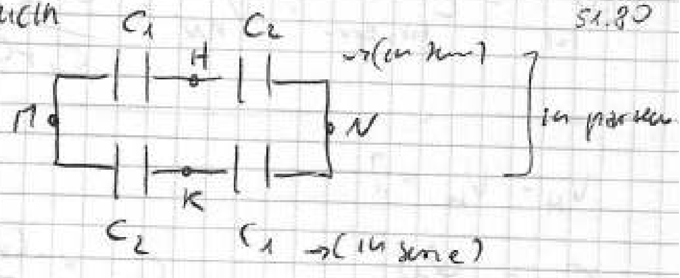
$$\frac{E_f - E_i}{E_i} = \frac{\cancel{\frac{1}{2}} \frac{\cancel{Q^2}}{C_f} - \cancel{\frac{1}{2}} \frac{\cancel{Q^2}}{C_i}}{\cancel{\frac{1}{2}} \frac{\cancel{Q^2}}{C_i}} = \frac{\frac{1}{C_f} - \frac{1}{C_i}}{\frac{1}{C_i}} = \underbrace{\frac{C_i}{C_f} - 1}_{\text{variazione di energia elettrostatica}}$$

$$\frac{\Delta E}{E_i} = \frac{E_f - E_i}{E_1} = \frac{C_i}{C_f} - 1 = \dots = \frac{3(\varepsilon_B + 1)}{7\varepsilon_B + 3} - 1 =$$

$$= \frac{-4\varepsilon_B - 2}{7\varepsilon_B + 3}$$

4 CONDENSATORI
INIZIALMENTE SCARICHI
APPLICHIAMO
ddp fra M e N

F2d
51.80



V_{MN} nota

$Q = ?$ carica Q posseduta dal sistema?

$V_H - V_K = ?$ ddp fra i punti H e K ?

C_1 e C_2 in serie ed è calcolata la serie,
C_2 e C_1 in serie ed è calcolata la serie,
e poi mettiamo in parallelo.

$\Downarrow$

parallelo di due serie

C_1 e C_2, C_2 e C_1 hanno la stessa capacità equivalente

$$C_{12} = C_{21}$$

$$C_{12} = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)^{-1} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

$$C_{eq.\,totale} = C_{12} + C_{21} = 2\,\frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

$$C = \frac{Q}{V} \Rightarrow Q = CV$$

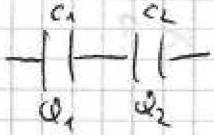
.../...

$$Q_{tot} = C_{tot-equiv} \cdot V_{MN} = \frac{2C_1C_2}{C_1+C_2} \cdot V_{MN} \quad (1)$$

$V_H - V_K = ?$

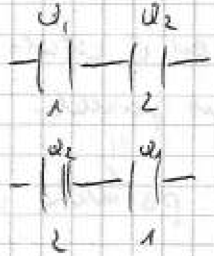
$$C_{12} = \frac{Q_{12}}{V_{MN}} \quad , \quad C_{21} = \frac{Q_{21}}{V_{MN}}$$

poiché $C_{12} = C_{21}$ allora $\Rightarrow Q_{12} = Q_{21}$



$Q_1 = Q_2$ perché in serie, quindi $Q_1 = Q_2 = Q_{12}$

$Q_{12} = \frac{Q}{2}$ perché:



$$Q_1 = \frac{Q}{2}, \quad Q_1 = Q_2$$

$$V_{HK} = V_H - V_K = V_H - V_M + V_M - V_K =$$

$$= \underbrace{V_{HM}}_{=-V_1} + \underbrace{V_{MH}}_{=V_2} = -V_1 + V_2 = -\frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2} =$$

$$= -\frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_1}{C_2} = \frac{Q}{2}\left(-\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right) =$$

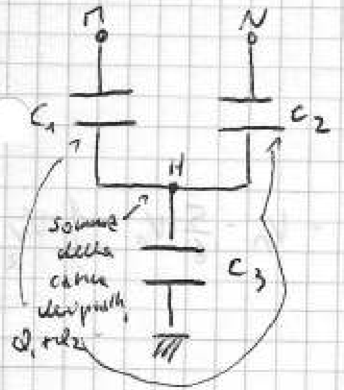
Q_{tot}

$\frac{2C_1C_2}{C_1+C_2} \cdot V_{MN}$

$$= \frac{Q}{2} \frac{C_1 - C_2}{C_1C_2} = \frac{C_1 - C_2}{C_1+C_2} \cdot V_{MN}$$

TRE CONDENSATORI

F2a
5.1.15



$C_1 = C$ $\quad$ V_M conosciuto

$C_2 = 2C_1$ $\quad$ V_N conosciuto

$C_3 = 3C$

$V_H = ?$

ddp fra M e terra = somma caduta potenziale fra V_M e H e tra H e terra:

$$V_M = \underbrace{V_{MH}}_{\text{caduta di potenzial al condens. } C_1} + V_H = V_1 + V_H$$

relativa alla capacità C_1

$$V_N = V_{NH} + V_H = V_2 + V_H$$

$$C = \frac{Q}{V} \Rightarrow V_1 = \frac{Q_1}{\underbrace{C_1}_{C_1 = C}} = \frac{Q_1}{C} \; ; \; V_2 = \frac{Q_2}{\underbrace{C_2}_{C_2 = 2C_1}} = \frac{Q_2}{2C}$$

V_H è la caduta di potenzial ai capi di C_3

$$V_H = \frac{Q_H}{C_3} = \frac{Q_1 + Q_2}{C_3} = \frac{Q_1}{C_3} + \frac{Q_2}{C_3} = \frac{Q_1}{3C} + \frac{Q_2}{3C} =$$

$$= \frac{1}{3} V_1 + \frac{1}{3} 2V_2 = \frac{1}{3}(V_1 + 2V_2)$$

da calcolare

$$\begin{cases} V_M = V_1 + V_H = V_1 + \frac{1}{3}(V_1 + 2V_2) = \frac{4}{3} V_1 + \frac{2}{3} V_2 \\ V_N = V_2 + V_H = V_2 + \frac{1}{3}(V_1 + 2V_2) = \frac{1}{3} V_1 + \frac{5}{3} V_2 \end{cases}$$

-/-

$$\begin{cases} V_1 = \frac{5}{6} V_n - \frac{1}{3} V_N \\ V_2 = \frac{V_n}{6} + \frac{1}{3} V_N \end{cases}$$

$$V_n = V_1 + V_{1t} \Rightarrow V_{1t} = V_n - V_1 = V_n - \frac{5}{6} V_n + \frac{1}{3} V_N$$

oppure

$$V_N = V_2 + V_{1t} \Rightarrow V_{1t} = V_N - V_2$$

SPIRA CIRCOLARE RAGGIO R ASTO PERCORSA DA CORRENTE data

Q.49 F25 51.38

1) CAMPO MAGNETICO B_0 al centro

2) CAMPO LUNGO UN PUNTO GENERICO SULL'ASSE DELLA SPIRA.

1)  al centro $\bar{B}_0 = ?$

2)  lungo l'asse

$$B_0 = \frac{\mu_0}{4\pi} i \int \frac{d\bar{l} \wedge \bar{r}}{r^3}$$

(formula di Laplace)

 $d\bar{l}$ r - ortogonale calcolo $\bar{B}_0$

AL CENTRO:

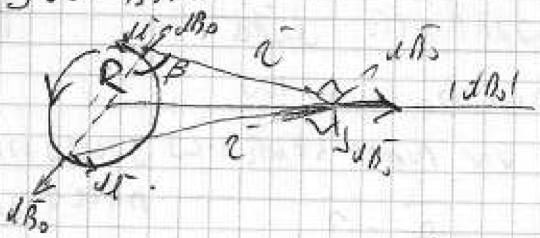
$$|B_0| = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \int \frac{dl\, x \sin\alpha}{r^{3}} = \frac{\mu_0 i \sin\alpha}{4\pi} \int_{\text{circ}} \frac{dl}{r^2} =$$

$$= \frac{\mu_0 i}{4\pi} \sin\alpha \frac{1}{r^2} \int_{\text{la circonf}} dl = \frac{\mu_0 i}{2\,4\pi} \frac{1}{R^2} 2\pi x = \frac{\mu_0 i}{2R}$$

al centro.

- / -

SULL'ASSE



$$\cancel{dB_0 \cos\beta = \left(\frac{\mu_0 i}{4\pi}\, dl\, \frac{R \sin\alpha}{r^3\, r}\right)\cos\beta}$$

$$\cancel{dB_0 = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\, \frac{dl \sin\alpha}{r^2}}$$

$$\cancel{r = \sqrt{R^2+z^2}}$$

$$\cancel{B_0 = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \cdot \sin\alpha \quad R = r\cos\beta \quad \cdots \underbrace{\int_{spira} dl}_{2\pi R}}$$

$$dB_{\parallel} = dB_0 \cos\beta = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\, \frac{1}{r^2} \cdot \frac{R}{r}\, dl$$

componente parallela

$$dB_0 = \frac{\mu_0}{4\pi}\, i\, \frac{R}{r^3}\, dl$$

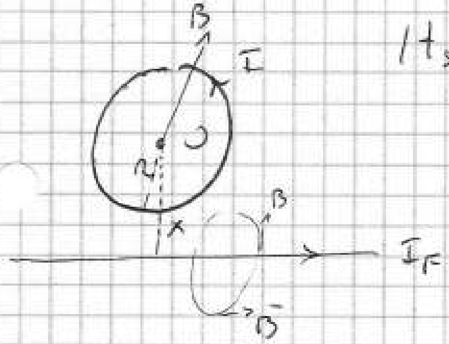
$$B_0 = \frac{\mu_0}{4\pi}\, i\, \frac{R}{r^3} \underbrace{\int_{spira} dl}_{2\pi R} = \frac{\mu_0}{4\pi}\, i\, \frac{R}{r^3} \cdot 2\pi R =$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\, i\, \frac{R^2}{r^3}\, 2\pi = \frac{\mu_0 i R^2}{2(R^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}$$

poiché z e r sono costanti e ipotenusa il triangolo ecc

F25
31.17

UNA SPIRA DI RAGGIO R
È PERCORSA DA CORRENTE I AMPERE.
CALCOLARE LA DISTANZA DI UN FILO RETTILINEO
PERCORSO DA CORRENTE I_F AMPERE AFFINCHÉ
IL CAMPO MAGNETICO NEL CENTRO DELLA SPIRA
SIA NULLO.



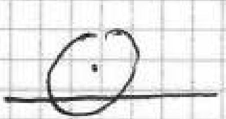
$$H_{spira}(\underset{centro}{O}) = \frac{I}{2R}$$

$$H_{filo}(x) = \frac{I_F}{2\pi x}$$

$$H_{spira} = H_{filo}$$

$$\frac{I}{2R} = \frac{I_F}{2\pi x} \Rightarrow x = \frac{I_F}{I} \cdot \frac{R}{\pi}$$

Dai calcoli numerici $x < R$



F25
5.1.5

BOBINA COSTITUITA DA N SPIRE DI RAGGIO r. RESISTENZA R_E.
VIENE TRASCINATA NORMALMENTE ALLE LINEE DI INDUZIONE. LA QUANTITÀ DI ELETTRICITÀ MESSA IN MOTO È Q (coulomb)
È CHIESTA L'INDUZIONE MAGNETICA.

È come se:

al tempo t_1 la bobina è fuori
al tempo t_2 è dentro } => variazione di flusso

$$\Phi_{t_1} = \int \underset{0}{B} \underset{1}{\cos\theta} \, dS = \int 0 \text{ area} \cdot n \text{ spire} \Rightarrow$$

$\vec{B}$

$$\Phi_{t_2} = \underbrace{\int B \cos\theta \, dS}_{\text{quella della colonna}} = B \cdot 1 \underbrace{\int dS}_{\pi r^2} \cdot N_{spire}$$

Per la legge di Lenz:

$$f.e.m. = -\frac{d\Phi}{dt}$$, in questo caso approssimando gli infinitesimi a quantità finite:

$$f.e.m. = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{\Phi_{t_2} - \Phi_{t_1}}{\Delta t} = -\frac{NB\pi r^2}{\Delta t}$$

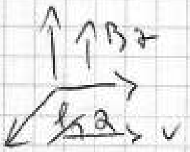
$$I = \frac{dQ}{dt} \; ; \; f.e.m. = I \cdot R_{est} \Rightarrow f.e.m. = \frac{dq}{dt} R_{est}$$

$$f.e.m. = \frac{dq}{dt} \cdot R_{est} \Rightarrow -\frac{NB\pi r^2}{\cancel{\Delta t}} = \frac{\Delta q}{\cancel{\Delta t}} \cdot R_{est} \Rightarrow$$

$$\underset{\text{induzione magnetica}}{B} = -\frac{\Delta Q \cdot R_{est}}{N \pi r^2}$$

F25
51.7

UNA SBARRETTA LUNGA l dato POSTA $\perp$ ALLE LINEE DI CAMPO DI INDUZIONE MAGNETICA UNIFORME B_z = dato Wb/m^2 SI SPOSTA CON V dato. L'ASSE SBARRETTA FORMA ANGOLO α CON VELOCITÀ. DDP AI CAPI DELL'ASTA?



l = dato

B_z = dato

v = dato

α = dato

$\widehat{B_z V} = 90°$

$$f.e.m. = -\frac{d\Phi(B)}{dt}$$

$$\Phi(B) = \int B \cdot \hat{n}\, dS = \int B \cos\theta\, dS$$

$$\hat{B} \parallel \hat{n} \Rightarrow \theta = 0 \Rightarrow \cos 0 = 1$$

$$\Phi(B) = \int B\, dS$$

$$\underbrace{dx}_{d}\; \underbrace{l \sin\alpha}_{S}$$

$$S = \underset{dx}{\underset{\parallel}{a}}\; s \sin\alpha$$

$$\Phi(B) = \int B\, dS = \int B_z\, dx\, l \sin\alpha =$$

$$= B_z\, l \sin\alpha \int_{x_{iniz.}}^{x_{fin}} dx = B_z\, l \sin\alpha \cdot x$$

cammino di tratto percorso della barretta

$$f.e.m. = -\frac{d\Phi(B)}{dt} = -\frac{d}{dt}(B_z\, l \sin\alpha\, x) =$$

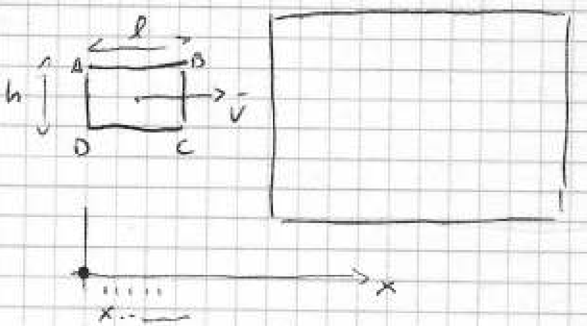
$$= -B_z\, l \sin\alpha \frac{dx}{dt} = -B_z\, l \sin\alpha\, V.$$

UNA SPIRA

R = nota (resist.)

V = costante (vel.)

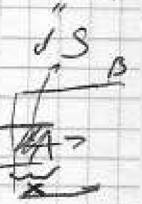
B_0 = noto



1) $t_1 = ?$ quando AD entra nella regione del campo?

2) f.e.m $= ?$ nell'intervallo $0 < t < t_1$

$$1\begin{cases} x = x_0 + vt & x_0 = 0 \\ \text{posizione generica del lato AD} \\ l = 0 + v t_1 & t_1 = \dfrac{l}{v} \end{cases}$$



$$fem = -\frac{d\,\Phi(B)}{dt}$$

$$\Phi(B) = \int \bar{B} \cdot \hat{n}\, dS = B_0 \int \overbrace{dS}^{\text{area della spira}} =$$

perché angolo 0 e coseno 1 e B_0 è cost.

$$= B_0 \int_0^x h\, dx = B_0 \cdot h \cdot x$$

$$fem = -\frac{d}{dt}(B_0 h x) = -\overbrace{B_0 h}^{\text{cost.}} \overbrace{\frac{dx}{dt}}^{V} = -B_0 h v$$

Ciò vale fino all'istante t_1, dopo non ci saranno più linee tagliate $\Rightarrow$ la ddp indotta è 0.

FIS
51.3

ESPANSIONE MOLTO RAPIDA

= TRASFORMAZIONE ADIABATICA

$PV^{\gamma} = cost. \Rightarrow P_i \cdot V_i^{\gamma} = cost$

$\gamma = \frac{c_p}{c_v}$

gas biatomico	gas monoatomico
$c_p = \frac{7}{2}R$	$c_p =$
$c_v = \frac{5}{2}R$	$c_v = \frac{3}{2}R$
$\gamma = \frac{7}{5}$	$\gamma =$

$C_v = \frac{1}{2} f R$ con f grado di libertà; dato dalla geometria molecolare:

$f = 3$ per gas monoatomico
$= 5$ biatomico
$= 6$ poliatomico

$PV = nRT$
$\Downarrow$
$P = \frac{nRT}{V}$

$\frac{nRT}{V} \cdot V^{\gamma} = cost$

$T \cdot V^{\gamma-1} = cost$

$T_{iniz} \cdot V_{iniz}^{\gamma-1} = T_{fin} \cdot V_{fin}^{\gamma-1}$

Anche: $T V^{\gamma-1} = cost$

e $T P^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = cost$

F1b

ESPANSIONE ADIABATICA

È CHIESTO $\frac{T_f}{T_i}$

$PV^\gamma = cost$ $\qquad \gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{5}{3}$ x gas monoatomico

$$\begin{cases} nRT = pV \\ P_f V_f^\gamma = P_i V_i^\gamma \Rightarrow P_f = P_i \left(\frac{V_i}{V_f}\right)^\gamma \end{cases}$$

$$nRT_f = P_f V_f \Rightarrow \boxed{nRT_f = P_i \left(\frac{V_i}{V_f}\right)^\gamma V_f}$$

$$\boxed{nRT_i = P_i V_i}$$

↳ quoziente:

$$\frac{\cancel{nR} T_f}{\cancel{nR} T_i} = \frac{\cancel{P_i} \left(\frac{V_i}{V_f}\right)^\gamma V_f}{\cancel{P_i} V_i}$$

$$\frac{T_f}{T_i} = \left(\frac{V_i}{V_f}\right)^{\gamma - 1}$$

ESPANSIONE ADIABATICA
GAS PERFETTO MONOATOMICO

F1S
51.21

$V_f = 1{,}5\ V_i$

CALORE ASSORBITO = DOPPIO LAVORO PRODOTTO.

È CHIESTO $\frac{T_f}{T_i}$.

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{5/2}{3/2} = \frac{5}{3} \qquad c_p = 5/2 \quad c_v = 3/2$$

$$\begin{cases} nRT = pV \\ p_f V_f^{\gamma} = p_i V_i^{\gamma} \Rightarrow p_f = p_i \frac{V_i^{\gamma}}{V_f^{\gamma}} = p_i \left(\frac{V_i}{V_f}\right)^{\gamma} \end{cases}$$

$$nRT_f = p_f V_f \Rightarrow nRT_f = p_i \left(\frac{V_i}{V_f}\right)^{\gamma} V_f$$

$nRT_i = p_i V_i \rightarrow$ rapporto tra essi

$$\frac{\cancel{n}RT_f}{\cancel{n}RT_i} = \frac{\cancel{p_i}\left(\frac{V_i}{V_f}\right)^{\gamma} \cdot V_f}{\cancel{p_i} V_i} \Rightarrow$$

$$\frac{T_f}{T_i} = \left(\frac{V_i}{V_f}\right)^{\gamma - 1} \quad \text{con } V_f = 1{,}5\ V_i \text{ e } \gamma = \frac{5}{3}$$

COMPRESSIONE ADIABATICA

$$PV^{\gamma} = \text{cost.} \Rightarrow P_f V_f^{\gamma} = P_i V_i^{\gamma}$$

$$\underset{\text{potenza}}{P} = \frac{\Delta E}{\underbrace{\Delta t}_{\text{tempo trasform.}}} = -\frac{\Delta L}{\Delta t}$$

$$\Delta U = \Delta Q - \Delta L \quad , \text{con } \Delta Q = 0$$

$$\Downarrow$$

$$P = \frac{\Delta U}{\Delta t}$$

$$\Delta U = n C_v (T_f - T_i)$$

$$PV = nRT \Rightarrow T = \frac{PV}{nR}$$

$$\Delta U = \frac{\cancel{n} C_v}{\cancel{n} R} (P_f V_f - P_i V_i)$$

FIS
31.14

ESPANSIONE ADIABATICA
GAS BIATOMICO
E' CHIESTO IL LAVORO

$V_f = 4 V_i$

$T_i = T_i$ (trasformare in K)

$PV^\gamma =$ costante $\qquad \gamma = \frac{c_v}{c_p}$

$PV = nRT \Rightarrow P = \frac{nRT}{V}$

$\frac{nRT}{V} \cdot V^\gamma = \text{cost} \Rightarrow \underbrace{nR}_{\text{cost}} T \, V^{\gamma-1} = \text{cost} \Rightarrow T V^{\gamma-1} = \text{cost}$

$T_i V_i^{\gamma-1} = T_f V_f^{\gamma-1} \Rightarrow \frac{T_f}{T_i} = \left(\frac{V_i}{V_f}\right)^{\gamma-1}$ con $V_f = 4 V_i$

$dU = \underbrace{\cancel{\delta Q}}_{\text{adiabatica}} - \delta L$ I° princ.

$\delta L = - dU$ con $dU = n C_v \, dT$

$L = \int \delta L = \int_{T_i}^{T_f} - n C_v \, dT = - n C_v (T_f - T_i)$

$\gamma = \frac{c_v}{c_p} = \frac{5}{7}$ per il gas biatomico $\left(\begin{matrix} c_v = \frac{5}{2} R \\ c_p = \frac{7}{2} R \end{matrix}\right)$

n = numero moli

Quindi L è calcolabile numericamente.

ESPANSIONE ADIABATICA F13

E' CHIESTO IL LAVORO

$\Delta Q = 0$

1) $pV^{\gamma} = cost.$ $\gamma = \frac{c_v}{c_p}$

$pV = nRT \Rightarrow p = \frac{nRT}{V}$ e sostituendo nella 1)

$\frac{nRT}{V} \cdot V^{\gamma} = cost \Rightarrow nRT\, V^{\gamma - 1} = cost$, cioè $TV^{\gamma-1} = cost.$

Quindi: $T_i V_i^{\gamma-1} = T_f V_f^{\gamma-1}$

Per conoscere il lavoro:

$dU = \underset{\text{0 poiché adiabatica}}{\delta Q} - \delta L$ $\left(\begin{array}{c}\text{I° principio} \\ \Delta U = \Delta Q - \Delta L\end{array}\right)$

$\delta L = -dU$ con $dU = nC_v\, dT$

quindi

$\delta L = -dU = -nC_v\, dT$ per cui

$L = \int \delta L = \int_{T_i}^{T_f} -nC_v\, dT = -nC_v (T_f - T_i)$

Joule

COMPRESSIONE ADIABATICA
è chiesta la POTENZA

$\gamma = 1.4$

$P_0 = P_0$

$V_0 = V_0$

tempo = dato, Δt = dato

$P_f = 10\, P_0$

Dunque: $P V^\gamma = \text{cost.}$

$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = -\frac{\Delta L}{\Delta t}$ = opposto del lavoro fatto dal gas, è un lavoro esterno

$\Delta U = \Delta Q - \Delta L$ con $\Delta Q = 0$ perché adiabatica

$\Delta L = -\Delta U$

$P = \frac{\Delta U}{\Delta t}$ → dipende solo dalla temperatura

$\Delta U = n C_v (T_f - T_i)$

$PV = nRT \Rightarrow T = \frac{PV}{nR}$, quindi

$\Delta U = \frac{n C_v}{nR} (P_f V_f - P_i V_i)$

$\Delta U = \frac{C_v}{R} (P_f V_f - P_i V_i)$

$C_v = \frac{5}{2} R$ f

$$\Delta U = \frac{5}{2}\left(\underbrace{P_f}_{\text{costante}} V_f - P_i V_i\right)$$

$$PV^{\gamma} = \text{cost} \Rightarrow P_f V_f^{\gamma} = P_i V_i^{\gamma}$$

$$\left(\frac{V_f}{\underbrace{V_i}_{\text{costante}}}\right)^{\gamma} = \frac{P_i}{P_f} = \frac{1}{10}$$

F15

VARIAZIONE ENTROPIA IN UN GAS BIATOMICO RISCALDATO A VOL COSTANTE in modo reversibile FINO A RADDOPPIARE LA PRESSIONE

$PV = nRT$

$V = \text{cost} = \frac{nRT}{P}$

$$S_{AB} = \int_A^B \frac{\delta Q}{T} \qquad \delta \neq d$$

S per $P_f = 2P_i$?

$dU = \delta Q - \delta L$ I° principio

$\delta Q = dU + dL = n C_v dT + \cancel{P dV}$

$$S_{if} = \int_{T_i}^{T_f} \frac{\delta Q}{T} = \int_{T_i}^{T_f} \frac{n C_v dT}{T} = n C_v \ln\left|\frac{T_f}{T_i}\right|$$

con T_f e T_i da calcolare

$V = \text{cost}$ e $P_f = 2P_i$

$PV = nRT \rightarrow T = \frac{PV}{nR}$

$$\frac{T_f}{T_i} = \frac{P_f V_f}{\cancel{nR}} \cdot \frac{1}{\frac{P_i V_i}{\cancel{nR}}} = \frac{P_f \cancel{V_f}}{P_i \cancel{V_i}} = \frac{2P_i}{P_i} = 2 \Rightarrow$$

perchè costanti

$S = 2 \cdot \frac{5}{2} R \ln 2$

VARIAZIONE ENTROPIA IN UN GAS A PRESSIONE COSTANTE F15

$$\Delta S = \int_i^f \frac{\delta Q}{T}$$

$dU = \delta Q - \delta L$ 1° principio

$\Downarrow$

$\delta Q = dU + \delta L = nC_v\,dT + p\,dV$ ← gas perfetto

$p =$ costante $\Rightarrow p_i = p_f$

$nRT = pV$

$$\Delta S = \int_i^f \frac{\delta Q}{T} = \int_{T_i}^{T_f} \frac{nC_v\,dT}{T} + \int_{V_i}^{V_f} \frac{p\,dV}{T}$$

$\frac{p}{T} = \frac{nR}{V}$ quindi

$$\Delta S = \int_{T_i}^{T_f} nC_v \frac{dT}{T} + \int_{V_i}^{V_f} \frac{nR}{V}\,dV =$$

$$nC_v \ln\left|\frac{T_f}{T_i}\right| + nR \ln\left|\frac{V_f}{V_i}\right|$$

Poiché $nRT = pV$ e $p =$ cost $\Rightarrow \frac{V_f}{V_i} = \frac{T_f}{T_i}$ quindi

$$\Delta S = (nC_v + nR)\ln\left|\frac{T_f}{T_i}\right|$$

Poiché $C_p - C_v = R \Rightarrow C_p = C_v + R$ quindi

$$\Delta S = nC_p \ln\left|\frac{T_f}{T_i}\right|$$

$$\Delta S = \frac{p_i V_i}{RT_i} \cdot C_p \ln\left|\frac{T_f}{T_i}\right|$$

↳ se le conosco poiché da $nRT = pV$ ricavo $n = \frac{pV}{RT}$

VARIAZIONE ENTROPIA
IN UN GAS CON TRASF. a VOL. COST.

$$PV = nRT \Rightarrow \frac{nRT}{P} = V = \text{cost.}$$

Entropia da uno stato A a uno stato B:

$$S_{AB} = \int_A^B \frac{\delta Q}{T} \qquad (\delta \neq d)$$

I° principio: $dU = \delta Q - \delta L$

$$\delta Q = dU + \delta L = nC_v\, dT + \cancel{P\, dV}$$

$\overset{\shortparallel}{0}$ poiché $V = \text{cost.}$

$$\delta Q = dU = nC_v\, dT$$

$$\Downarrow$$

$$S_{\text{iniz}-\text{fin}} = \int_{T_i}^{T_f} \frac{\delta Q}{T} = \int_{T_i}^{T_f} \frac{nC_v\, dT}{T} = nC_v \ln \left| \frac{T_f}{T_i} \right|$$

$$PV = nRT \Rightarrow T = \frac{PV}{nR} \Rightarrow \frac{T_f}{T_i} = \frac{P_f V_f}{\cancel{nR}} \cdot \frac{1}{\frac{P_i V_i}{\cancel{nR}}} = \frac{P_f V_f}{P_i V_i}$$

ed, essendo V cost:

$$\frac{T_f}{T_i} = \frac{P_f}{P_i}$$

Un litro di acqua a temperatura t_i viene raffreddato fino a T_f, dato. Determinare variazione di entropia (considerare trascurabile la variazione di volume).

F1b
51.16

$\Delta S = ?$

T_i = dato

T_f = dato

$V_f \simeq V_i$

$$\Delta S = \int_{T_i}^{T_f} \frac{\delta Q}{T}$$

$$dU = \delta Q - \delta L$$ 1° principio

con $\delta L = P\,dV$, ma essendo $V_f \simeq V_i$ allora $dV = 0 \Rightarrow \delta L = 0$

$$dU = \delta Q$$

$$\text{e } dU = n C_v\, dT$$

$$\Delta S = \int_{T_i}^{T_f} \frac{n C_v\, dT}{T} = n C_v \int_{T_i}^{T_f} \frac{dT}{T} = n C_v \ln \frac{T_f}{T_i}$$

*

$$\int_{T_i}^{T_f} \frac{\delta L}{T}$$

T_i e T_f devono essere Kelvin

CILINDRO CON PISTONE. F1 5

5.1.17

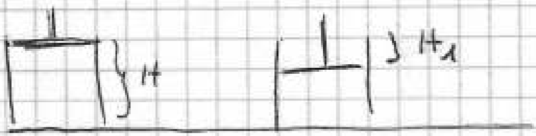
PISTONE A H dalla BASE

N MOLI O_2

T = data

L = ? PER ABBASSARE DI H_1 con IL PISTONE

CON TRASF. ISOTERMA, GAS PERFETTO.



$$\Delta U = \Delta Q - \Delta L$$

"0 perché isoterma $\Rightarrow \Delta Q = \Delta L$

$$L = \int_i^f p\,dV$$

$$\underbrace{nRT}_{\text{cost.}} = pV \Rightarrow p = \frac{nRT}{V} \qquad T = \text{cost}$$

$$L = \int_i^f p\,dV = \int_{V_i}^{V_f} \overset{\text{cost}}{nRT} \frac{dV}{V} = nRT \ln\left|\frac{V_f}{V_i}\right|$$

$$V = h\cdot S \Rightarrow \left.\begin{array}{l} V_i = H\cdot S \\ V_f = H_1 S \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{V_f}{V_i} = \frac{H_1\cdot S}{H\cdot S} = \frac{H_1}{H}$$

$L = nRT \ln \dfrac{H_1}{H}$ ($L < 0$ perché il lavoro avviene verso ...)

($\ln$ 0,5 < 0 $\Rightarrow$ lavoro fatto sul sist.

F1b
5.4.6

TRASFORMAZIONE ISOTERMA
È CHIESTO IL LAVORO

n, P $V_f = 100\, V_i$ e T, costante, che deve essere Kelvin

$L = ?$

ISOTERMA $\Rightarrow T_f = T_i$

$\Delta U = \Delta Q - \Delta L$, ma $\Delta U = 0$

$= n C_v (T_f - T_i)$

$$L = \int_{\text{stato in}}^{\text{stato fin}} P\, dV$$

$nRT = PV \Rightarrow P = \dfrac{nRT}{V}$

$$L = \int_i^f \frac{nRT}{V}\, dV \quad , T \text{ costante}$$

$$L = nRT \int_i^f \frac{dV}{V} = nRT \ln \left| \frac{V_f}{V_i} \right|$$

TRASFORMAZIONE ISOTERMA

$\Rightarrow T_i = T_f$

$nRT = PV \Rightarrow PV = \text{costante}$

$P_f V_f = P_i V_i$

1° principio: $\Delta U = \Delta Q - \Delta L$

$$\text{con } \Delta U = C_v\, m \int_{T_i}^{T_f} dT = 0 \text{ perché } T_i = T_f$$

$$\Downarrow$$

$$\Delta Q = \Delta L$$

$$\hookrightarrow \Delta L = \int_{\text{stato } i}^{\text{stato } f} P\, dV$$

Quindi

$$\underset{\Delta L}{\underset{\parallel}{\Delta Q}} = \int_{\text{volume } i}^{\text{volume } f} \frac{nRT}{V}\, dV = nRT \ln\left|\frac{V_f}{V_i}\right|$$

GAS MONOATOMICO, 1 MOLE.

FIS 51.41

ESPANSIONE ADIABATICA $V_f = 3V_i$.

T_i = data.

$L = ?$

$\Delta Q = 0$

$PV^\gamma = \text{cost.}$ $\quad \gamma = \frac{C_v}{C_p}$

$PV = nRT \Rightarrow P = \frac{nRT}{V}$

$\frac{nRT}{V} \cdot V^\gamma = \text{cost} \Rightarrow nRT\,V^{\gamma-1} = \text{cost} \Rightarrow TV^{\gamma-1} = \text{cost}$

$T_i V_i^{\gamma-1} = T_f V_f^{\gamma-1} \Rightarrow T_f = T_i \left(\frac{V_i}{V_f}\right)^{\gamma-1}$

$dU = \underbrace{\delta Q}_{=0} - \delta L$

$\delta L = -dU$ con $dU = nC_v\,dT$

quindi

$\delta L = -dU = -nC_v\,dT$

$L = \int \delta L = \int_{T_i}^{T_f} -nC_v\,dT = -\underset{=1}{n}\,\underset{=\text{costante}}{C_v}\,(T_f - \overset{=\text{dato}}{T_i})$

dato

RLS
5L55

RISCALDAMENTO ISOBARO DI 2 MOLI DI IDROGENO FINO A $V_f = 2V_i$

$\Delta S = ?$

$n = 2$

H_2 biatomico

$p = cost$

$V_f = 2V_i$

$\Delta S = ?$

$$\Delta S = \int \frac{\delta Q}{T}$$

$$dU = \delta Q - \underbrace{\delta L}_{p\,dV}$$

$$\delta Q = dU + \delta L = dU + p\,dV$$

$$= nC_v\,dT + p\,dV$$

$$\Delta S = \int_i^f \frac{\delta Q}{T} = \int_i^f \frac{nC_v\,dT + p\,dV}{T} =$$

$$= nC_v \int_i^f \frac{dT}{T} + \int_i^f \frac{p}{T}\,dV = nC_v \underbrace{\int_i^f \frac{dT}{T}}_{\ln\left|\frac{T_f}{T_i}\right|} + \underbrace{\int_i^f \frac{nR}{V}\,dV}_{\ln\left|\frac{V_f}{V_i}\right|}$$

$$\ln\left|\frac{T_f}{T_i}\right| = \frac{V_f}{V_i}$$

$$nRT = pV$$

$$\frac{p}{T} = \frac{nR}{V}$$

$$V = \frac{nRT}{p_{cost}} \Rightarrow \frac{V_f}{V_i} = \frac{T_f}{T_i}$$

$$\Delta S = nC_v \ln\left|\frac{V_f}{V_i}\right| + nR\ln\left|\frac{V_f}{V_i}\right| =$$

$$(nC_v + nR)\ln\left|\frac{V_f}{V_i}\right| = \ldots / \ldots$$

$= n(C_v + R) \ln \left| \frac{V_1}{V_2} \right| =$

$= n C_p \ln \left| \frac{V_1}{V_2} \right|$

$\hookrightarrow C_p - C_v = R \Rightarrow C_v + R = C_p$

biatomico $\rightarrow C_p = \frac{7}{2}$

$n = 2$

$V_1 = 2V_2$

FIS
51.30

$\Delta S = ?$

$V =$ costante

$P_f = 5 P_i$

$\Delta S = \int \frac{dQ}{T}$

$dU = dQ - \cancel{dL}$

Lavoro nullo per trasf. isocora

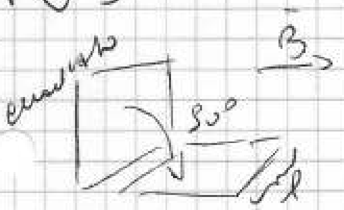
$$\Delta S = \int \frac{dU}{T} = \int \frac{n C_v dT}{T} = n C_v \ln \left| \frac{T_f}{T_i} \right|$$

$PV = nRT$

$$\frac{T_f}{T_i} = \frac{P_f \cancel{V_f}}{\cancel{nR}} \cdot \frac{1}{\frac{P_i \cancel{V_i}}{\cancel{nR}}} = \frac{P_f}{P_i} = 5$$

$\underbrace{V_f = V_i}_{\text{isocora}}$

F2 b



1) $\Delta\phi = ?$ variazione flusso magnetico

2) $f_{em} = ?$ ddp media ai capi del circ.

3) $i = ?$ corrente nel circuito

4) $q = ?$ la carica complessiva che fluisce nel circuito

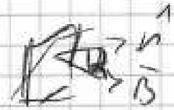
l = lato

$B = 1\,T$

$R = 100\ \Omega$

Δt di ribaltamento = dato

$$\phi = SB\cos\alpha = l^2 B\cos\alpha$$



$$\phi_{in} = l^2 B$$

$$\phi_{fin} = 0$$

$$\Delta\phi = \phi_f - \phi_i = l^2 B \quad (1)$$

$$f.e.m = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{l^2 B}{\Delta t} \quad \text{con } \Delta t = 3\,s \quad (2)$$

$$i = f.e.m \cdot R = \frac{l^2 B}{\Delta t} \cdot R \quad (3)$$

$$i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow dq = i\,dt$$

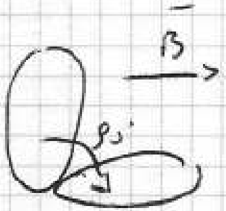
$$Q = \int dq = \int i\,dt = \int_{in}^{fin} \frac{l^2 B}{\Delta t} R\,dt =$$

$$\frac{l^2 B}{\Delta t} R \int_{in}^{fin} dt = \frac{l^2 B}{\Delta t} \cdot \Delta t = l^2 BR \quad (4)$$

CERCHIO METALLICO di DIAMETRO dato, IMMERSO IN UN CAMPO MAGNETICO DI INTENSITÀ DATA.

RESISTENZA DEL CERCHIO DATA

CALCOLARE LA CARICA CHE FLUISCE NEL CERCHIO DOPO LA CADUTA



R = dato
resist.

d = dato

B = dato

$$f.e.m. = -\frac{d\Phi}{dt}$$

$$\Phi_i = \bar{B} \cdot \hat{n}\, S = B\,S \qquad (\cos 0 = 1)$$

scalare => $\cos\alpha$

$\Phi_f = 0$ perché l'angolo fra $\hat{n}$ e $\bar{B}$ è 90°

$$fem = -\frac{\Phi_f - \Phi_i}{\Delta t} = \frac{BS}{\Delta t}$$

$$i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow dq = i \cdot dt$$

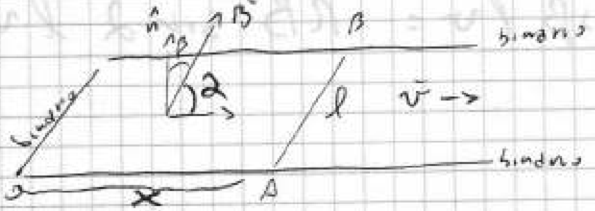
$$q = \int dq = \int_{t_i}^{t_f} i\, dt$$

$fem = iR \Rightarrow i = \frac{fem}{R}$, quindi

$$q = \int_{t_i}^{t_f} \frac{fem}{R}\, dt = \int_{t_i}^{t_f} \frac{BS}{\Delta t} \cdot \frac{1}{R}\, dt = \frac{1}{R}\, \frac{BS}{\Delta t} \cdot \Delta t = \frac{BS}{R} \qquad S = \pi r^2 = \pi\left(\frac{d}{2}\right)^2$$

F26
51.10

SBARRETTA AB lunga l e resistenza R.
SI MUOVE CON VELOCITA' v IN UN BINARIO
CONDUTTORE.
IL SISTEMA È IN UN CAMPO MAGNETICO CHE FORMA
UN ANGOLO DI 30° RISPETTO AL PIANO DEL BINARIO.
È CHIESTA LA CORRENTE CHE SCORRE NELLA
SBARRETTA METALLICA.



$i = ?$

$$\phi = \int_{\text{SUPERFICIE}} \bar{B} \cdot \hat{n} \, dS = \int_{\text{SUP}} B \cos\beta \, dS$$

$$S = l \cdot x$$

$$dS = \underset{\text{è fisso}}{l} \, dx$$

$$\phi = \int_{\text{sup}} B \cos\beta \underbrace{l \, dx}_{dS} \Rightarrow$$

$$\phi = \int_{x_{iniz}=0}^{x_{finale}} B \cos\beta \, l \, dx = B \cos\beta \, l \int_0^{x_{finale}} dx =$$

$$= B \cos\beta \, l \, x_{finale}$$

.../...

$$f.e.m. = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(B\cos\beta\, l\, x_1)}{dt} =$$

$$= -B\cos\beta\, l\,\frac{dx_1}{dt} = -B\cos\beta\, l\, v$$

$$i = \underset{\substack{\downarrow \\ \text{resist}}}{R}\, f_{em} = R(-B\cos\beta\, l v) =$$

$$= -RB\cos\beta\, l v = -RB\sin\alpha\, l v$$

UN ELETTRONE HA VELOCITÀ v IN UN CAMPO MAGNETICO B dato e $\perp$ ALL'ELETTRONE. È CHIESTO: F25 51.LL

1) LA FORZA DEVIATRICE SULL'ELETTRONE

2) IL PERIODO DEL MOTO CIRCOLARE DELL'ELETTRONE.

È NOTA LA CARICA e DELL'ELETTRONE E LA MASSA m.

v = dato

B = dato

$\vec{B} \perp \vec{v}$

1) $\vec{F} = ?$

2) $T = ?$ esplicito.

$$\underbrace{F_{lorentz} = F_{centripeta}}$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ evB & m\omega^2 r \end{array}$$

$v = \omega r$

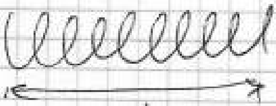
$$e \cancel{\omega} r B = m \omega^2 r$$

$$\omega = \frac{eB}{m}$$

Poiché $T = \frac{\omega}{2\pi} \Rightarrow T = \frac{eB}{2\pi m}$

SOLENOIDE

F26
5.1.11



L

N = spire

S = superficie

I = corrente

L = lunghezza

1) $\bar{m} = ?$ momento magnetico del solenoide

2) $\bar{H} = ?$ valore del campo magnetico H nel punto mediano lungo l'asse del solenoide

1) $|\bar{m}| = \underbrace{\mu_0 \, I \, S}_{\text{momento magnetico di una spira,}} \underbrace{N}_{\text{spire}} = 12{,}56 \cdot 10^{-7} \cdot I \cdot S \cdot N$ $\left[\frac{\text{Joule}}{\text{Tesla}}\right]$

fenomeno additivo

2) $H = \frac{B}{\mu_0}$, $B = \frac{\mu_0 \, I \, S \, N}{L}$

quindi

$H = \frac{I \, S \, N}{L} =$ $\frac{A}{m}$

MOTO DI PURO ROTOLAMENTO

Il punto di contatto è istantaneamente fisso.

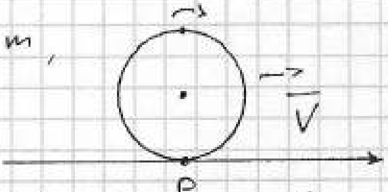
È un moto senza strisciamento

Quando un oggetto ruota in un moto di puro rotolamento la sua velocità tangenziale è uguale a ωr, con ω velocità angolare e r raggio dell'oggetto, ovvero vale:

$$V = \omega r$$

Il punto P di contatto è istantaneamente fermo.

Un corpo avrà una massa m, quindi una forza in gioco sarà il peso mg.



Ci potrebbero essere altre forze, ad esempio la forza di attrito che si oppone al moto.

Oppure ci potrebbero essere pendenze del piano di appoggio che determinano una accelerazione del moto (positiva o negativa a seconda della geometria del sistema).

Nell'analisi del sistema saranno quindi considerate le forze esterne ed il momento delle forze esterne:

$\bar{F}_{est} = m\,\bar{a}_{cm}$ con $\bar{a}_{cm}$ l'accelerazione del centro di massa

$\bar{M}_{est} = \dfrac{d\bar{L}}{dt}$ con $\bar{L}$ momento della quantità di moto.

51.23

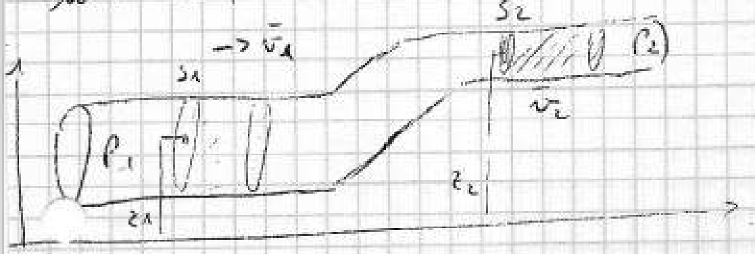
Teorema di Bernoulli

- equazione di Bernoulli governa il movimento dei liquidi considerando il contenuto energetico associato ad un certo fluido e il sistema determina un bilancio energetico.

L'equazione di Bernoulli è:

$$p + \rho g z + \frac{1}{2}\rho v^2 = \text{costante}$$

Il teorema di Bernoulli lega tra loro la velocità, la pressione e la quota nei punti di linea di flusso di un fluido perfetto



Quando il volume di liquido entra nella sezione più stretta, la v e la p saranno contrarie rispetto a quelle nella sezione più larga.

Energia potenziale gravitazionale:

$$dU_1 = \rho g z_1 S_1 dx_1$$

Energia cinetica durante il movimento:

$$dU_{1,cin} = \frac{1}{2}\rho v_1^2 S_1 dx$$

è svolto durante alle forze di pressione

$$dL_1 = F_1\, dx_1 = p_1 S_1\, dx_1$$

Tutte queste relazioni sono analoghe per la sezione S_2:

$dW_2 = \rho g z_2 S_2\, dx_2$ En. potenz. gravità.

$dW_{2\,cinet} = \frac{1}{2} \rho v_2^2 S_2\, dx_2$ Energia cinetica durante il movimento

$dL_2 = - p_2 S_2\, dx_2$ Lavoro durante alle forze di pressione; p_2 contrario all'avanzamento.

Nel confrontare la situazione in S_1 e S_2 vale il principio di conservazione dell'energia:

$$dL_1 + dL_2 = dW_2 + dW_{2\,cin} - dW_1 - dW_{1\,cin}$$

e otteniamo

$$p_1 S_1\, dx_1 + \rho g z_1 S_1\, dx_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 S_1\, dx_1 =$$

1) $$= \underbrace{p_2 \underbrace{S_2\, dx_2}_{\text{volume}}}_{\text{lavoro}} + \underbrace{\rho g z_2 S_2\, dx_2}_{\text{energia potenziale gravitazionale}} + \underbrace{\frac{1}{2} \rho v_2^2 S_2\, dx_2}_{\text{energia cinetica}}$$

Vale la conservazione del volume nelle due sezioni

$$S_1\, dx_1 = dV_1 = S_2\, dx_2 = dV_2 = dV$$

Quindi, nella 1) possono essere semplificati i volumi e si ottiene:

2) $P_1 + \rho g z_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \rho g z_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$

e, poiché la sezione al secondo membro è arbitraria, è possibile scrivere

$$P + \rho g z + \frac{1}{2}\rho v^2 = \text{costante}$$

che è l'equazione di Bernoulli, che vale per liquidi incomprimibili, perfetti, dove non ci sono attriti di trascinamento e, di meglio, non si considera la viscosità.

21.11.2012

Concetto di pressione idrostatica in un fluido con relativi leggi e principi. [PRESSIONE, Legge di STEVINO, P. di PASCAL, P. di ARCHIMEDE]

Un fluido esercita delle forze sopra tutte le superfici con cui è a contatto, forze che vengono equilibrate da altrettante forze opposte sviluppate dalle superfici.

Inoltre una superficie all'interno di un fluido, la parte di fluido da un lato esercita delle forze sopra l'altra parte e viceversa.

La pressione di un fluido è definita come

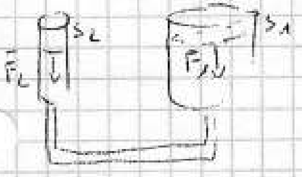
$$p = \frac{dF_\perp}{dS}$$ con $\bar{F}$ la forza applicata all'elemento di superficie dS

e l'unità di misura della pressione è il Pascal (Pa).

L'AZIONE DI UN FLUIDO SU UNA PARETE È SEMPRE UNA SPINTA. LA PRESSIONE DUNQUE SEMPRE ED È SEMPRE POSITIVA.

Per il PRINCIPIO DI PASCAL in un fluido in equilibrio la pressione è costante in tutti i punti che ~~si trovano alla stessa quota~~ ~~e detto al~~ ~~livello~~

In un sistema



$$p_1 = \frac{F_1}{S_1}$$

e

$$p_2 = \frac{F_2}{S_2}$$

Per il principio di Pascal $p_1 = p_2 \Rightarrow \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}$

Per la LEGGE DI STEVINO la pressione di una colonna di fluido con densità costante ρ in un punto a profondità z è:

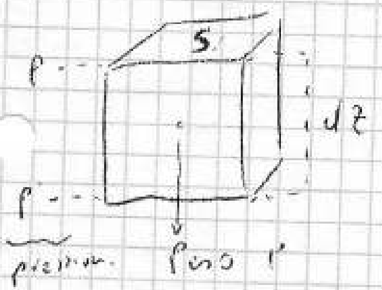
$$p = p_0 + \rho g z$$

con p_0 la pressione che si applica alla superficie libera del liquido.

Il valore $z=0$ è assunto alla superficie.

Il risultato è ottenuto isolando un piccolo volume all'interno del fluido, volume che è in equilibrio. Quindi ci sono le forze esercitate dal resto del fluido. Quelle laterali ci sono ed hanno moduli uguali; quelle esercitate sulle facce superiori sono in equilibrio, ma non sono uguali, in quanto entra in gioco il peso P dell'elemento considerato.

Schematicamente abbiamo



$p \neq p'$

$p' > p$

$$\vec{F} + \vec{P} = -\vec{F}'$$

con $\vec{F}$ e $\vec{F}'$ calcolati

$$F = pS$$

$$F' = p'$$

Per il PRINCIPIO di ARCHIMEDE un oggetto immerso in acqua, o in un liquido, subisce una spinta dal basso verso l'alto che è pari, come grandezza, al peso del fluido spostato quanto è esprimibile come

$$g \cdot V\,(\rho_l - \rho_o) = F$$

con V = volume oggetto

ρ_l = densità liquido

ρ_o = densità oggetto

Da notare che se $\rho_o > \rho_l$ l'oggetto affonda, viceversa galleggia.

S 1.4 F

Il TUBO DI VENTURI (idrodinamica)

È una applicazione della legge di Bernoulli.

In questo sistema il livello di velocità nei tubicini non è uguale e la differenza è dovuta alla legge di Bernoulli.

Nel tubo di Venturi la legge di Bernoulli può essere scritta come:

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

Il principio di conservazione del volume implica che dove la sezione è più stretta la velocità deve essere maggiore.

Cioè possiamo scrivere $v_2 = \frac{S_1}{S_2} v_1$

Sappiamo che la pressione in un liquido in quiete, quello delle due colonnine, può essere scritta ~~in funzione~~ usando la formula di Stevino

$$p = \rho g h$$

La pressione alla base della colonnina, in cui il liquido è fermo, è la stessa all'interno del condotto, quindi ricaviamo che

$$g(h_1 - h_2) = \frac{1}{2} v_1^2 \left(\frac{S_1^2}{S_2^2} - 1\right)$$ e questo

rappresenta un misuratore di portata.

Questa equazione implica che con una misura di pressione differenziale ricaviamo la velocità che associato alla sezione

D 16 Teorema di Carnot e concetto di irreversibilità 51.17
che formalizza i due enunciati del principio della termodinamica

Per il teorema di Carnot, considerate due sorgenti di calore alle temperature T_1 e $T_2 > T_1$:

a) Tutte le macchine termiche reversibili funzionanti con le due sorgenti hanno lo stesso rendimento $\eta(R)$.

b) Ogni macchina irreversibile che funzioni con le due sorgenti ha un rendimento $\eta(I) < \eta(R)$.

Dunque una macchina irreversibile che lavora fra le due sorgenti alle temperature T_1 e T_2 ha un rendimento minore della macchina reversibile di Carnot.

Una trasformazione è reversibile quando si può invertire il verso del processo variando di una quantità infinitesima le condizioni dell'ambiente circostante ripristinando sia sia per il sistema che per l'ambiente le condizioni iniziali.

Una trasformazione si definisce quasi statica quando avviene così lentamente da far passare il sistema attraverso una successione di stati di equilibrio. Una trasformazione reversibile è quasi statica ma non è vero il contrario: se ci sono attriti di ~~dissipazione~~ la trasformazione è irreversibile.

Ogni trasformazione (isoterma, adiabatica ecc.) può essere reversibile o irreversibile a seconda di come viene attuata.

In una trasformazione irreversibile non è possibile conoscere lo stato del sistema durante la trasformazione; è però possibile determinare la variazione di variabili di stato scegliendo un qualsiasi, convenzionale, percorso reversibile che colleghi gli stati
.../...

iniziale e finale (sono stati di equilibrio) della trasformazione.
Ad es. si può calcolare ΔE_{int}.

13/5 Il II° principio della termodinamica

Il II° principio della termodinamica afferma che il calore, spontaneamente, passa sempre dai corpi più caldi a quelli più freddi e non viceversa.
Esso nasce dalla constatazione che in natura esistono delle trasformazioni irreversibili che avvengono sempre in un verso stabilito.
È una legge sperimentale

Le conseguenze sull'entropia di un sistema è che la variazione di entropia nel sistema che cede calore è negativa.
L'entropia di un sistema, associata al disordine dello stesso, spontaneamente non diminuisce mai.

Conseguenza del II° principio della termodinamica è il Teorema di Carnot che stabilisce la frazione massima del calore assorbito da una macchina termica che può essere trasformato in ~~lavoro~~ lavoro e che il rendimento non può mai essere 1, intendendo come rendimento ciò che di utile ricaviamo da un ciclo, cioè il lavoro totale fornito dal ciclo diviso per il calore che il ciclo assorbe.

D.15 L'Entropia (S)

L'entropia è una funzione di stato.

In un sistema complesso è una variabile dello stesso tipo dell'energia interna.
Il contenuto di entropia di un sistema cambia al cambiare del calore.

La grandezza "variazione di entropia" è formalizzabile come $\frac{\delta Q}{T} = dS$, dove δQ è il calore che viene scambiato e T è la temperatura del sistema che cede o acquista calore.

ovvero

$$S_{AB} = \int_A^B \overbrace{\left(\frac{\delta Q}{T}\right)_{rev.}}^{\text{differenziale non esatto}} = \left(\int_A^B dS\right)$$

$= S(B) - S(A)$

In un sistema in cui avviene un processo irreversibile, il principio di entropia impone che $\Delta S > 0$.
Una variazione di entropia in un sistema può essere descritta in due modi: (1) approccio macroscopico, che coinvolge il trasferimento termico e la temperatura a cui avviene e (2) un approccio microscopico, che coinvolge il numero di disposizioni in cui possono trovarsi gli atomi e le molecole componenti del sistema.
La definizione di variazione di entropia è:

$$\Delta S = \int_i^f \frac{\delta Q}{T}$$

Per il 1° principio della termodinamica:

$$dU = \delta Q - \delta L \Rightarrow \delta Q = dU + \delta L$$

con $dU = n C_v \, dT$ } [illegible]

e $\delta L = p \, dV$ } [illegible]

../..

Quindi, essendo

$$\delta Q = dU + \delta L$$

allora

$$S_{if} = \int \overbrace{dU}^{\text{da } T_i \text{ a } T_f} + \int \overbrace{\delta L}^{\text{da } V_i \text{ a } V_f}$$

entropia da stato iniziale a stato finale

Se V = costante $\Rightarrow \delta Q = dU = nC_v\, dT$,

quindi

$$S_{if} = \int_{T_i}^{T_f} \frac{\delta Q}{T} = \int_{T_i}^{T_f} \frac{nC_v}{T}\, dT =$$

$$nC_v \ln\left|\frac{T_f}{T_i}\right|$$

IN GENERALE

$$\Delta S = \int_i^f \frac{\delta Q}{T} = \int_{T_i}^{T_f} \frac{nC_v\, dT}{T} + \int_{V_i}^{V_f} \frac{p\, dV}{T} =$$

$$nRT = pV \Rightarrow \frac{p}{T} = \frac{nR}{V}$$

$$= \int_{T_i}^{T_f} nC_v \frac{dT}{T} + nR \int_{V_i}^{V_f} dV =$$

$$= nC_v \ln\left|\frac{T_f}{T_i}\right| + nR \ln\left|\frac{V_f}{V_i}\right|$$

La variazione di entropia in caso di trasformazioni irreversibili è strettamente maggiore della variazione di entropia di trasformazioni reversibili.
In particolare in un ciclo termodinamico irreversibile la variazione di entropia è strettamente maggiore di 0.

D15 Teoria cinetica dei gas

Le molecole di un corpo caldo si muovono più velocemente e temperatura più elevata: il calore è l'aspetto macroscopico dell'energia cinetica e potenziale delle molecole.
Il 1° principio della termodinamica traduce la conservazione della energia meccanica da un punto di vista microscopico.
Per il principio del caos molecolare in un gas isolato e in condizioni stazionarie, per ogni molecola tutte le posizioni e tutte le direzioni di moto sono ugualmente probabili.
L'equazione di stato dei gas perfetti: $pV = nRT$
Per i gas vale il modello che segue:
a) le molecole occupano un volume piccolo rispetto a quello totale del gas
b) gli urti tra le molecole e con le pareti del recipiente sono elastici.
La forza tra due molecole è apprezzabile per piccole distanze, dell'ordine della somma dei raggi delle due molecole.
Inoltre
d) le molecole si possono approssimare a punti materiali;
e) gli urti sono improbabili e possono essere trascurati.

Un gas che obbedisce alle condizioni a-e e soddisfa l'equazione è un gas perfetto

La pressione di un gas perfetto: per la legge di Boyle e Mariotte la pressione per il volume è proporzionale alla temperatura del gas:
$$pV = Nk_BT$$

In un gas perfetto: da un punto di vista microscopico, l'energia interna U del gas è definita come somma delle energie cinetiche e potenziali di tutte le molecole, e in un gas perfetto le forze tra molecole sono trascurabili ⇒ energia interna U = energia cinetica complessiva

D15 Legame tra calore specifico e gradi di libertà.

Da un punto di vista microscopico l'energia interna U di un gas perfetto in equilibrio in un recipiente in quiete è la somma delle energie cinetiche e potenziali di tutte le molecole, considerando in questo caso trascurabili le forze intermolecolari.

si ottiene che $U = \frac{3}{2} nRT$, e dato

che $dU = nC_v\,dT \Rightarrow C_v = \frac{3}{2}R$

$C_p = C_v + R = \frac{5}{2}R$ e $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{5}{3}$ che sono

in accordo con i risultati sperimentali ai gas monoatomici a bassa pressione.

Si ottiene, per un gas biatomico $C_v = \frac{5}{2}R$.

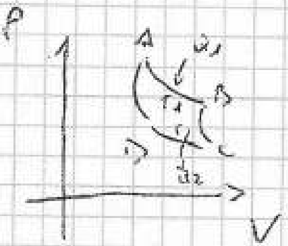
Si osservi che una molecola monoatomica, approssimata ad un punto materiale ha 3 gradi di libertà poiché la sua posizione nello spazio verrà individuata da 3 coordinate.

Una molecola biatomica, schematizzata come un manubrio rigido ha 5 gradi di libertà: le 3 coordinate del centro di massa più due coseni direttori della retta congiungente i due atomi (il 3° coseno direttore è determinato dagli altri due)

D13 51.47

Il ciclo di Carnot spiega perchè il rendimento in un ciclo è sempre minore di 1.
Il rendimento è inteso come anche di utile ricaviamo da un ciclo, cioè il lavoro totale fornito dal ciclo diviso per il calore che il ciclo assorbe.

Il ciclo di Carnot è un ciclo particolare che ci dà conclusioni di tipo generale



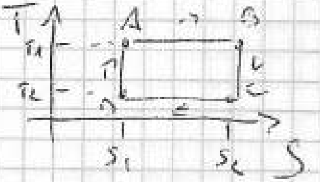
AB è una isoterma (T costante)

BC è una adiabatica (senza scambi di calore con l'esterno)

CD è una isoterma, è compressione

DA è una adiabatica

In un diagramma con Temperatura ed Entropia (S) possiamo schematizzare il ciclo come segue:



L'area è il lavoro svolto:

$$L = (S_2 - S_1)(T_1 - T_2)$$

Dunque il rendimento è:

$$\eta = \frac{(S_2 - S_1)(T_1 - T_2)}{T_1 (S_2 - S_1)} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$ che non

..../....

può mai essere 1, in quanto T_2 ~~non è~~ dove [illegible] lo 0 assoluto, che non è raggiungibile in tempi definiti per principio. *

Si può dimostrare che qualunque ciclo chiuso termodinamico ideale ha un rendimento pari al ciclo di Carnot che si svolga tra le stesse temperature estreme.

La caratteristica fondamentale della macchina di Carnot è che il rendimento dipende solo dal rapporto delle due temperature e questo è il Teorema di Carnot.

* Questo è in accordo con il secondo principio della termodinamica

Il rendimento di Carnot può essere ricavato sia mediante l'applicazione della legge dei gas perfetti che mediante il bilancio complessivo delle entropie

D17 Gli enunciati del 2° principio della termodinamica. 5135

- di Clausius. Il passaggio di calore da un corpo freddo ad uno caldo non avviene mai spontaneamente.
- Lord Kelvin. È impossibile realizzare una macchina ~~[illegible]~~ ciclica che funzioni con una sola sorgente di calore e sia capace di produrre lavoro.
- Non si può realizzare una macchina termica con rendimento 100%.

Si dimostra che questi due enunciati sono equivalenti.

Ciclo di Carnot

...